学習日　月　日

6 場合の数と確率 順列

学習の目標
❶ 順列について理解し，順列の総数が求められるようになろう。
❷ 順列の考え方を利用し，並び方に制限がある順列の総数が求められるようになろう。

Q1
1，2，3，4，5の5枚のカードから3枚取り出して横1列に並べるとき，並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。

順列
いくつかのものを順に1列に並べるとき，その並びの1つ1つを**順列**という。
一般に，異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列を **n 個から r 個取る順列** といい，その総数を ${}_nP_r$ で表す。ただし，$r \leqq n$ である。積の法則を利用すれば，
${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$ が得られる。
また，1から n までのすべての自然数の積 $1\cdot2\cdot3\cdot\cdots\cdots\cdot n$ を n の**階乗**といい，$n!$ で表す。
特に，${}_nP_n=n!=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots\cdot3\cdot2\cdot1$

$0!=1$ と定める。

考え方
異なる5枚のカードから異なる3枚を取り出して並べるから，${}_5P_3$

答案
左から順に並べるとき，カードの並べ方は，
1番目は5通り。
2番目は4通り。
3番目は3通り。

1番目	2番目	3番目
5通り	4通り	3通り

よって，求める並べ方は，
${}_5P_3=5\cdot4\cdot3=60$（通り）……答

Q2
先生2人と生徒4人が，横1列に並んで写真を撮る。このとき，先生2人が両端になるような並び方は，全部で何通りあるか求めなさい。

順列の考え方の利用
異なるいくつかのものを1列に並べる順列について，並べ方に条件があるときは，条件があるものと，それ以外のものとに分けて，別々に求める。そして，それらが同時に起こるときは，積の法則を利用する。
p.20 Q1

考え方
並ぶ位置に条件がある先生2人と，先生2人の間に並ぶ生徒4人の並び方をそれぞれ求める。
先生の並び方のそれぞれに対して，生徒は並ぶことができるから，積の法則を利用して求める。

答案
両端の先生の並び方は，
${}_2P_2$ 通り。
間に並ぶ生徒4人の並び方は，
${}_4P_4$ 通り。
よって，並び方の総数は，積の法則より，
${}_2P_2\times{}_4P_4=2\cdot1\times4\cdot3\cdot2\cdot1$
$=48$（通り）……答

生徒4人
○ △△△△ ○
先生　　先生

Q1 〈順列〉について，まとめよう。

まとめ
■ いくつかのものを順に1列に並べるとき，その並びの1つ1つを［順列］という。
一般に，異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列を，n 個から r 個取る順列といい，
その総数を［${}_nP_r$］（ただし，$r \leqq n$）と表す。
積の法則を利用すれば，${}_nP_r=$［$n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$］
が得られる。また，1から n までのすべての自然数の積 $1\cdot2\cdot3\cdot\cdots\cdots\cdot n$ を n の［階乗］といい，
［$n!$］で表す。特に，${}_nP_n=$［$n!$］＝［$n(n-1)(n-2)\cdots\cdots\cdot3\cdot2\cdot1$］

確認問題
(1) 10人の部員から部長と副部長を1人ずつ選ぶ選び方は何通りあるか求めなさい。
(2) 1，2，3の数字を1つずつ使って3桁の数を作るとき，3桁の数は何個できるか求めなさい。

(1) 10人から2人を選んで並べる順列の総数に等しいから，［${}_{10}P_2$］$=10\cdot9=$［90］（通り）
(2) 異なる3つの数を1列に並べる順列の総数だから，［${}_3P_3$］$=3!=$［6］（個）

Q2 〈順列の考え方の利用〉について，まとめよう。

まとめ
■ 並び方などに条件がある場合の順列は，条件があるものと，それ以外のものとで別々に考えてから，
［積の法則］を利用して求める。

確認問題
w，o，r，l，d，c，u，p の8個の文字を1列に並べるとき，両端が母音となる並べ方は何通りあるか求めなさい。

2個ある母音 o，u を両端に並べる並べ方は［${}_2P_2$］通り。
間に入る6個の子音の並べ方は［${}_6P_6$］通り。
よって，求める総数は，
［${}_2P_2$］×［${}_6P_6$］$=2\cdot1\times6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=$［1440］（通り）

演習問題

1 次の問いに答えなさい。 → Q1

(1) 1組のトランプの絵札（J，Q，K）から3枚を取り出して並べる並べ方は何通りあるか求めなさい。
スペード，ハート，ダイヤ，クローバーの絵札はそれぞれ3枚ずつあるから，全部で，$4\times3=12$（枚）
${}_{12}P_3=12\cdot11\cdot10=1320$（通り）……答

★(2) 1から9までの数字から異なる3個を選んで3桁の整数を作るとき，何個できるか求めなさい。
${}_9P_3=9\cdot8\cdot7$
$=504$（個）……答

★(3) リレー選手4人が走る順番を決めるとき，何通りあるか求めなさい。
${}_4P_4=4!$
$=4\cdot3\cdot2\cdot1$
$=24$（通り）……答

2 次の問いに答えなさい。 → Q2

★(1) image の5文字を1列に並べるとき，両端が子音となる並べ方は何通りあるか求めなさい。
両端の子音2文字の並べ方は，${}_2P_2$ 通り。
間に並ぶ母音3文字の並べ方は，${}_3P_3$ 通り。
よって，並べ方の総数は，積の法則より，
${}_2P_2\times{}_3P_3=2\cdot1\times3\cdot2\cdot1$
$=12$（通り）……答

(2) 1，2，3の3個の数字を1個ずつ使って3桁の数を作るとき，次のような数は何通りあるか求めなさい。

① 奇数
一の位の数は1または3の2通り。
そのおのおのに対して，十の位，百の位の並べ方は，一の位以外の2個の数字の並べ方で，${}_2P_2$ 通り。
よって，$2\times{}_2P_2=4$（通り）……答

② 200より大きい数
百の位の数は2または3の2通り。
そのおのおのに対して，十の位，一の位の並べ方は，百の位以外の2個の数字の並べ方で，${}_2P_2$ 通り。
よって，$2\times{}_2P_2=4$（通り）……答

3 次の問いに答えなさい。

(1) 男子3人と女子2人が1列に並ぶとき，男子3人が続いて並ぶ並び方は何通りあるか求めなさい。
男子3人をひとまとめにする。
女子2人と男子ひとまとめの並び方は，3! 通り。
ひとまとめにした男子3人の並び方は，3! 通り。
よって，求める総数は，$3!\times3!=36$（通り）……答

女 女 ［男子3人］

(2) 0，1，2，3の4個の数字を1個ずつ使って4桁の整数を作るとき，何個できるか求めなさい。
千の位に使える数字は，1，2，3の3通り。
百の位，十の位，一の位には，千の位以外の3個の数字を並べる順列で，3! 通り。
よって，求める総数は，$3\times3!=18$（個）……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) いくつかのものを，［順序］をつけて1列に並べた1つ1つを［順列］という。
異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列の総数は，
${}_nP_r=$［$n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$］　ただし，$r \leqq n$
さらに，1から n までのすべての自然数の積を，n の［階乗］といい，［$n!$］と表す。
特に，${}_nP_n=$［$n!$］＝［$n(n-1)(n-2)\cdots\cdots\cdot3\cdot2\cdot1$］
なお，$0!=$［1］と定める。
(2) 並び方などに条件がある場合の順列は，条件があるものと，それ以外のものとで，別々に考えてから，［積］の法則を利用して求める。

1 次の問いに答えなさい。
(1) a，b，c，d，e，f の6個の文字から3個を取って並べる並べ方は何通りあるか求めなさい。
${}_6P_3=6\cdot5\cdot4$
$=120$（通り）……答

(2) 野球チームの9人が打順を決めるとき，1番目から3番目までの3人の打順の決め方は何通りあるか求めなさい。
${}_9P_3=9\cdot8\cdot7$
$=504$（通り）……答

2 4個の数字1，2，3，4の中から異なる3個の数字を使ってできる3桁の偶数は何通りあるか求めなさい。
一の位の数は，2または4の2通り。
そのおのおのに対して，十の位，百の位の数は ${}_3P_2$ 通り。
よって，$2\times{}_3P_2=12$（通り）……答

★自分でチェックしてみよう★　●順列

項目	1回目（　/　）	2回目（　/　）	3回目（　/　）	ここに戻る
順列を理解し，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
制限のある場合の順列を理解し，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

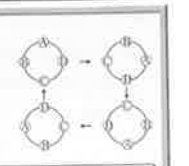
学習日　月　日

7 場合の数と確率 円順列，重複順列

学習の目標
❶ 円順列について理解し，その総数が求められるようになろう。
❷ 重複順列について理解し，その総数が求められるようになろう。

Q1
男子3人と女子2人が円形のテーブルに向かって座るとき，女子2人が隣り合うような座り方は，全部で何通りあるか求めなさい。

円順列
いくつかのものを円形に並べた順列を**円順列**という。
円順列では，回転して並びが同じになるものは，同じ並び方とみなす。
たとえば，右図の4つは，すべて同じ順列である。
異なる n 個の円順列の総数は，$(n-1)$ 個の順列の数と等しいから，
$(n-1)!$ 通り。



考え方
隣り合う女子をひとまとめにして，1人とみて考える。これに3人の男子を合わせた4人の円順列を，まず考える。
次に，ひとまとめにした女子の並び方を求めて，積の法則を利用して求める。

答案
2人の女子をひとまとめにする。
男子3人と女子ひとまとめの円順列は
$(4-1)!$ 通り。
ひとまとめにした女子2人の並び方は 2! 通り。
よって，総数は，$(4-1)!\times2!=3\cdot2\cdot1\times2\cdot1$
$=12$（通り）……答

Q2
2個の数字0，1を重複を許して4個並べるとき，全部で何通りあるか求めなさい。

重複順列
これまでは，異なるものだけを取り出して並べる順列だけを考えてきたが，ここで，重複を許して取り出して並べる順列を考える。
一般に，異なる n 個のものから，重複を許して r 個取って並べる順列を，n 個から r 個取る**重複順列**という。
n 個から r 個取る重複順列の総数は n^r 通り。

考え方
4か所のスペースに，0または1のいずれかを入れていく。1か所につき2通りの入れ方があるから，2^4 通り。

□	□	□	□
2通り	2通り	2通り	2通り

答案
2個から4個取る重複順列だから，
$2^4=16$（通り）……答
【別解】
下の図のように考えて，A，B，C，Dに入る数の選び方は，他の位置の数の選び方と無関係に，それぞれ0，1の2通り。
よって，積の法則より，$2\times2\times2\times2=16$（通り）

A	B	C	D
2通り	2通り	2通り	2通り

Q1 〈円順列〉について，まとめよう。

まとめ
■ いくつかのものを円形に並べた順列を［円順列］という。
円順列では［回転］して並びが同じになるものは，同じ並び方とみなす。
異なる n 個の円順列の総数は［$(n-1)!$］通りである。

確認問題
(1) a，b，c，d，e の5個の文字を円形に並べる並べ方は何通りあるか求めなさい。
(2) 男子3人と女子4人が輪になるとき，男子3人が隣り合う並び方は何通りあるか求めなさい。

(1) 異なる5個の円順列だから，
［$(5-1)!$］＝［24］（通り）
(2) 男子3人をひとまとめにする。
ひとまとめの男子と4人の女子の円順列は，［$(5-1)!$］通り。
ひとまとめにした男子の並び方は［3!］通りだから，求める総数は，
［$(5-1)!$］×［3!］＝［144］（通り）

Q2 〈重複順列〉について，まとめよう。

まとめ
■ 異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる順列を，n 個から r 個取る［重複順列］と
いう。n 個から r 個取る重複順列の総数は［n^r］通り。

確認問題
(1) a，b，c の3つの文字を使い，重複を許して5個並べる並べ方は何通りあるか求めなさい。
(2) チューリップ10株を1列に植えるとき，チューリップの花の色を赤または黄色とすると，色の並び方は何通りあるか求めなさい。

(1) ［3］個から［5］個取る重複順列だから，
［3^5］＝［243］（通り）
(2) ［2］個から［10］個取る重複順列だから，
［2^{10}］＝［1024］（通り）

演習問題

1 次の問いに答えなさい。 → Q1

★(1) 異なる色の5個の石を円形に並べるとき，並べ方は何通りあるか求めなさい。
異なる5個の円順列の総数だから，
$(5-1)!=4!$
$=24$（通り）……答

★(2) 男子2人と女子5人が円形のテーブルに向かって座るとき，男子2人が隣り合うような座り方は何通りあるか求めなさい。
男子2人をひとまとめにし，そのひとまとめの男子と5人の女子の円順列は $(6-1)!$ 通り。
ひとまとめの2人の男子の並び方は 2! 通り。
よって，求める総数は，
$(6-1)!\times2!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\times2\cdot1$
$=240$（通り）……答

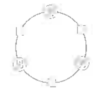
2 次の問いに答えなさい。 → Q2

★(1) 1，2，3の3つの数字を重複を許して用い，3桁の数を作るとき，何個できるか求めなさい。
3個から3個取る重複順列だから，
$3^3=27$（個）……答

(2) 4人でじゃんけんをするとき，手の出し方は何通りあるか求めなさい。
1人の手の出し方はグー，チョキ，パーの3通りあり，4人の手の出し方は重複が許される。
よって，3個から4個取る重複順列だから，
$3^4=81$（通り）……答

3 次の問いに答えなさい。

(1) 男子3人，女子3人が円形のテーブルに向かって座るとき，男女が交互に並ぶような座り方は何通りあるか求めなさい。
男子3人の円順列の総数は $(3-1)!$ 通り。
3人の女子が男子の間に1人ずつ座る方法は 3! 通り。
よって，求める総数は，
$(3-1)!\times3!=2\cdot1\times3\cdot2\cdot1$
$=12$（通り）……答



(2) 正四角錐の側面を赤，白，青，黄の異なる4色をすべて用いて塗り分ける方法は何通りあるか求めなさい。
正四角錐を真上から見ると，右の図のようになる。
異なる4個のものの円順列の総数だから，
$(4-1)!=6$（通り）……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) いくつかのものを円の形に並べた順列を［円順列］という。
異なる n 個の円順列の総数は，［$(n-1)!$］通りである。
(2) 重複を許して並べる順列を［重複順列］という。
一般に，異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる順列の総数は［n^r］通りである。

1 次の問いに答えなさい。
(1) 4色の異なる色のボールを円形に並べる順列は何通りあるか求めなさい。
$(4-1)!=3\cdot2\cdot1$
$=6$（通り）……答

(2) 男子2人，女子3人が輪を作るとき，女子3人が隣り合うような並び方は何通りあるか求めなさい。
女子3人をひとまとめにして考える。
男子2人と女子ひとまとめの円順列は $(3-1)!$ 通り。
ひとまとめにした3人の女子の並び方は 3! 通り。
よって，$(3-1)!\times3!=2\cdot1\times3\cdot2\cdot1$
$=12$（通り）……答

2 5人の選手がスケートの演技をする。評価はA，B，Cのいずれかであるとき，5人の評価は何通りあるか求めなさい。
3個から5個取る重複順列だから，
$3^5=243$（通り）……答

★自分でチェックしてみよう★　●円順列，重複順列

項目	1回目（　/　）	2回目（　/　）	3回目（　/　）	ここに戻る
円順列について理解し，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
重複順列について理解し，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

学習日　月　日

8 場合の数と確率 組合せ

"学習の目標"
❶ 組合せについて理解し，その総数が求められるようになろう。
❷ $_nC_r$ の性質について理解し，計算ができるようになろう。

Q1 10 人のうちから，3 人の掃除当番を選ぶとき，その選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

組合せ
いくつかのものの中から，その一部を取り出して，その組の総数を考えるとき，取り出す順序や並べる順番などを無視した 1 つ 1 つの組を**組合せ**という。
一般に，n 個のものから異なる r 個を取り出して作る組合せを **n 個から r 個取る組合せ**といい，その総数を $_nC_r$ で表す。ただし，$r \leqq n$ である。

$$_nC_r=\frac{_nP_r}{r!}=\frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$$

$_nC_0=1$ と定める。

考え方
10 人から 3 人を選んで並べるときの総数（順列）は，$_{10}P_3$ 通り。ここでは並び方の順序は考慮しない組合せだから，3 人の並び方の総数 3! で割る必要がある。
$\frac{_{10}P_3}{3!}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}$（通り）

答案
10 人から 3 人を選ぶとき，選び方の総数は，
$_{10}C_3=\frac{_{10}P_3}{3!}$
$=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=120$（通り）……答

Q2 10 人が 2 台の乗用車に乗るために，4 人と 6 人の 2 組に分かれる。6 人の選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

$_nC_r$ の性質
一般に，n 個から r 個取る組合せの総数は，n 個から $n-r$ 個取る組合せの総数に等しい。
すなわち，$_nC_r={}_nC_{n-r}$ が成り立つ。

考え方
10 人から 6 人を選ぶ組合せは $_{10}C_6$ 通りであり，このとき，選ばれなかった 4 人の組は必然的に決まるから 10 人から 6 人を選ぶ組合せと，10 人から 4 人を選ぶ組合せは等しい。
$_{10}C_6={}_{10}C_4$

答案
10 人から 6 人を選ぶから，
$_{10}C_6={}_{10}C_{10-6}$
$={}_{10}C_4$
$=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=210$（通り）……答

【別解】
$_{10}C_6=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot \cancel{5}}{\cancel{6}\cdot \cancel{5}\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=210$（通り）

Q1〈組合せ〉について，まとめよう。

まとめ
■ いくつかのものの中から，その一部を取り出して，その組の総数を考えるとき，取り出す $\boxed{順序}$ や並べる $\boxed{順番}$ などを無視した 1 つ 1 つの組を $\boxed{組合せ}$ という。
一般に，n 個のものから異なる r 個を取り出して作る組合せを，n 個から r 個取る $\boxed{組合せ}$ といい，その総数を $_nC_r$（ただし，$r \leqq n$）で表す。

$$_nC_r=\boxed{\frac{_nP_r}{r!}}=\boxed{\frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1}}$$

確認問題
● 次のような選び方は何通りあるか求めなさい。
(1) 5 人から 2 人を選ぶ。　(2) 4 色から 2 色を選ぶ。
(3) 8 人のうちから 2 人の委員を選ぶ。

(1) $\boxed{_5C_2}=\boxed{\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}}=\boxed{10}$（通り）　(2) $\boxed{_4C_2}=\boxed{\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}}=\boxed{6}$（通り）
(3) $\boxed{_8C_2}=\boxed{\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}}=\boxed{28}$（通り）

Q2〈$_nC_r$ の性質〉について，まとめよう。

まとめ
■ 一般に，n 個から r 個取る組合せの総数は，n 個から $\boxed{n-r}$ 個取る組合せの総数に等しい。
すなわち，$_nC_r=\boxed{_nC_{n-r}}$ が成り立つ。

確認問題
● 次のような選び方は何通りあるか求めなさい。
(1) 10 人から 7 人を選ぶ。　(2) 8 色から 6 色を選ぶ。
(3) 7 人から A 組に入る 5 人を選ぶ。

(1) $_{10}C_7={}_{10}C_{\boxed{10-7}}={}_{10}C_{\boxed{3}}=\boxed{\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}}=\boxed{120}$（通り）
(2) $_8C_6={}_8C_{\boxed{8-6}}={}_8C_{\boxed{2}}=\boxed{\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}}=\boxed{28}$（通り）
(3) $_7C_5={}_7C_{\boxed{7-5}}={}_7C_{\boxed{2}}=\boxed{\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}}=\boxed{21}$（通り）

演習問題

1 次の問いに答えなさい。→Q1

★(1) 次の値を求めなさい。
① $_7C_2=\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}$
$=21$ ……答
② $_3C_1=\frac{3}{1}$
$=3$ ……答
③ $_9C_3=\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=84$ ……答

(2) 次のような選び方は何通りあるか答えなさい。
★① 6 人から 3 人を選ぶ。
$_6C_3=\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=20$（通り）……答
② 4 匹の犬から 2 匹を選ぶ。
$_4C_2=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}$
$=6$（通り）……答
③ 種類の異なる 20 本の缶ジュースから 4 本を選ぶ。
$_{20}C_4=\frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=4845$（通り）……答

2 次の問いに答えなさい。→Q2

★(1) 次の値を求めなさい。
① $_8C_5={}_8C_{8-5}$
$={}_8C_3$
$=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=56$ ……答
② $_9C_5={}_9C_{9-5}$
$={}_9C_4$
$=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=126$ ……答
③ $_{11}C_9={}_{11}C_{11-9}$
$={}_{11}C_2$
$=\frac{11\cdot 10}{2\cdot 1}$
$=55$ ……答

(2) 次のような選び方は何通りあるか求めなさい。
★① 10 色から 8 色を選ぶ。
$_{10}C_8={}_{10}C_{10-8}$
$={}_{10}C_2$
$=\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}$
$=45$（通り）……答
② 12 人から 9 人の出場選手を選ぶ。
$_{12}C_9={}_{12}C_{12-9}$
$={}_{12}C_3$
$=\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=220$（通り）……答

3 正六角形の 6 個の頂点のうちの 4 個を頂点とする四角形の個数を求めなさい。
4 個の頂点の組を決めると，四角形は 1 個できる。
よって，$_6C_4={}_6C_{6-4}$
$={}_6C_2$
$=\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}$
$=15$（個）……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) 異なる n 個のものから r 個を取り出して作る組合せの総数を $\boxed{_nC_r}$（ただし，$r \leqq n$）で表す。
これを式で表すと，
$\boxed{_nC_r}=\boxed{\frac{_nP_r}{r!}}=\boxed{\frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1}}$　ただし，$_nC_0=\boxed{1}$ とする。

(2) n 個から r 個取る組合せの総数は，n 個から $\boxed{n-r}$ 個取る組合せの総数と一致するから，
等式 $\boxed{_nC_r={}_nC_{n-r}}$ が成り立つ。

1 次のような選び方は何通りあるか求めなさい。
(1) 9 人の選手から 3 人の代表選手を選ぶ。
$_9C_3=\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=84$（通り）……答
(2) 12 色入りの色鉛筆から塗り絵に使う 4 色を選ぶ。
$_{12}C_4=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=495$（通り）……答

2 次のような選び方は何通りあるか求めなさい。
(1) 11 種類のケーキから 7 種類を選ぶ。
$_{11}C_7={}_{11}C_{11-7}$
$={}_{11}C_4$
$=\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=330$（通り）……答
(2) 20 人の生徒から 16 人の生徒を選ぶ。
$_{20}C_{16}={}_{20}C_{20-16}$
$={}_{20}C_4$
$=\frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=4845$（通り）……答

★自分でチェックしてみよう★　●組合せ

項　目	1回目（ ／ ）	2回目（ ／ ）	3回目（ ／ ）	ここに戻る
組合せについて理解し，$_nC_r$ の値が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
$_nC_r$ の性質について理解し，$_nC_r={}_nC_{n-r}$ を利用して求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

学習日　月　日

9 場合の数と確率 いろいろな組合せ

"学習の目標"
❶ 積の法則について理解し，組合せにおいても適用でき，総数を求められるようになろう。
❷ 補集合について理解し，組合せにおいても適用でき，総数を求められるようになろう。

Q1 5 人の女子の中から 4 人，10 人の男子の中から 2 人選んでチームを作るとき，チームは全部で何通りできるか求めなさい。

積の法則
積の法則　事柄 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合に対しても，事柄 B の起こり方が b 通りあれば，A と B がともに起こる場合の数は $a\times b$ 通り。→P.20

考え方
女子は，5 人の中から 4 人選ぶから，$_5C_4={}_5C_{5-4}={}_5C_1$（通り）
男子は，10 人の中から 2 人選ぶから，$_{10}C_2$ 通り。
積の法則を利用して求めることができる。

答案
女子 4 人の選び方は $_5C_4$ 通り。
そのおのおのに対し，男子 2 人の選び方は $_{10}C_2$ 通り。
積の法則より，
$_5C_4\times{}_{10}C_2={}_5C_1\times{}_{10}C_2$
$=\frac{5}{1}\times\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}=225$（通り）……答

Q2 女子 6 人，男子 10 人の中から 4 人を選ぶとき，男子が少なくとも 1 人含まれるような選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

補集合の利用
補集合　全体集合 U の部分集合 A に対して，U の要素で，A には入っていない要素全体の集合を，U に関する A の**補集合**といい，$\overline{A}$ で表す。→P.4
事柄 U の起こり方が u 通りあり，そのうちで事柄 A の起こり方が a 通りあるとき，事柄 A の起こらない場合の数は，$u-a$ 通りである。

考え方
「少なくとも～である」の補集合は，「どれも～ではない」であるから，男子が 1 人も含まれない場合，すなわち，選ばれる 4 人がすべて女子の場合を求める。
これを，すべての選び方の数から除く。

答案
16 人の中から 4 人を選ぶ選び方は $_{16}C_4$ 通り。
「男子が少なくとも 1 人含まれる」場合は，全体の場合から，
「男子が 1 人も含まれない」場合を除いたものである。
男子が 1 人も含まれないのは，選ばれる 4 人がすべて女子の場合だから，6 人の女子から 4 人を選ぶ場合の数で，
$_6C_4={}_6C_2$（通り）
よって，男子が少なくとも 1 人含まれるような選び方は，
$_{16}C_4-{}_6C_2=\frac{16\cdot 15\cdot 14\cdot 13}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}-\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}$
$=1820-15=1805$（通り）……答

Q1〈積の法則〉について，まとめよう。

まとめ
■ **積の法則**　事柄 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合に対しても，事柄 B の起こり方が b 通りあるとき，A と B がともに起こる場合の数は $\boxed{a\times b}$ 通り。

確認問題
(1) 4 人の女子の中から 2 人，8 人の男子の中から 4 人選んでチームを作るとき，チームは全部で何通りできるか求めなさい。
(2) 6 種類の果物から 2 種類，3 種類の野菜から 2 種類選んでミックスジュースを作るとき，ジュースは全部で何通り作れるか求めなさい。

(1) 女子 2 人の選び方は $\boxed{_4C_2}$ 通り，男子 4 人の選び方は $\boxed{_8C_4}$ 通り。
積の法則より，$\boxed{_4C_2}\times\boxed{_8C_4}=\boxed{420}$（通り）
(2) 2 種類の果物の選び方は $\boxed{_6C_2}$ 通り，2 種類の野菜の選び方は $\boxed{_3C_2}$ 通り。
積の法則より，$\boxed{_6C_2}\times\boxed{_3C_2}=\boxed{45}$（通り）

Q2〈補集合の利用〉について，まとめよう。

まとめ
■ 事柄 U の起こり方が u 通りあり，そのうちで事柄 A の起こり方が a 通りあるとき，事柄 A の起こらない場合の数は $\boxed{u-a}$ 通りである。
「少なくとも～」を求めるときは，補集合の考え方を利用する。

確認問題
男子 6 人，女子 4 人の中から 3 人を選ぶとき，女子が少なくとも 1 人含まれるような選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

10 人の中から 3 人を選ぶ選び方は $\boxed{_{10}C_3}$ 通り。
女子が 1 人も含まれないのは，選ばれる 3 人がすべて男子の場合で $\boxed{_6C_3}$ 通り。
よって，女子が少なくとも 1 人含まれる場合の数は，$\boxed{_{10}C_3}-\boxed{_6C_3}=\boxed{100}$（通り）

演習問題

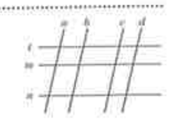
1 次のような場合は全部で何通りあるか求めなさい。→Q1

★(1) 10 人の男子の中から 8 人，8 人の女子の中から 2 人選んでチームを作る。
男子 8 人の選び方は，$_{10}C_8={}_{10}C_2$（通り）
女子 2 人の選び方は $_8C_2$ 通り。
積の法則より，$_{10}C_2\times{}_8C_2=\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}\times\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}$
$=45\times 28$
$=1260$（通り）……答
(2) 4 種類の柿から 3 種類，7 種類のりんごから 4 種類を選ぶ。
柿の選び方は，$_4C_3={}_4C_1$（通り）
りんごの選び方は，$_7C_4={}_7C_3$（通り）
積の法則より，$_4C_1\times{}_7C_3=4\times\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=140$（通り）……答

2 次のような場合は全部で何通りあるか求めなさい。→Q2

★(1) 4 種類の魚と 8 種類の野菜の中から，3 種類の食物を選ぶとき，少なくとも野菜を 1 種類選ぶ。
12 種類から 3 種類を選ぶ選び方は $_{12}C_3$ 通り。
野菜が選ばれない，すなわち，魚 4 種類から 3 種類選ぶ選び方は，
$_4C_3={}_4C_1$（通り）
よって，$_{12}C_3-{}_4C_1=\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}-4$
$=216$（通り）……答
(2) 1 年生 5 人，2 年生 5 人，3 年生 10 人の代表選手の中から，さらに 5 人の選抜選手を決めるとき，1 年生の選手が少なくとも 1 人選ばれる。
20 人の中から 5 人を選ぶ選び方は $_{20}C_5$ 通り。
1 年生が選ばれない，すなわち，2 年生，3 年生の 15 人から 5 人を選ぶ選び方は $_{15}C_5$ 通り。
よって，$_{20}C_5-{}_{15}C_5=\frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}-\frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 11}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$
$=12501$（通り）……答

3 右の図のように，3 本の平行線と，それらに交わる 4 本の平行線がある。これらの平行線によってできる平行四辺形は何個あるか求めなさい。
3 直線 ℓ，m，n から 2 本を選ぶ組合せは $_3C_2$ 通り。
4 直線 a，b，c，d から 2 本を選ぶ組合せは $_4C_2$ 通り。
積の法則より，$_3C_2\times{}_4C_2=\frac{3\times 2}{2\times 1}\times\frac{4\times 3}{2\times 1}$
$=18$（個）……答



理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) 場合の数を求めるとき，次の積の法則を利用する場合がある。
積の法則　事柄 A の起こり方が a 通りあり，そのおのおのに対して事柄 B の起こり方が b 通りあるとき，A と B がともに起こる場合の数は $\boxed{a\times b}$ 通り。
(2) 補集合を考えることが，組合せの総数を求める際に有効なことがある。
事柄 U の起こり方が u 通りあり，そのうちで，事柄 A の起こり方が a 通りあるならば，事柄 A が起こらない場合の数は $\boxed{u-a}$ 通りである。

1 次のような場合は全部で何通りあるか求めなさい。
(1) あるレストランのランチメニューで，主菜を 5 種類の中から 2 種類，さらに，ライスまたはパンのいずれかを選ぶ。
$_5C_2\times{}_2C_1=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\times 2$
$=20$（通り）……答
(2) 10 人の A チームから 7 人，6 人の B チームから 3 人を選んで，10 人の新チームを作る。
$_{10}C_7\times{}_6C_3={}_{10}C_3\times{}_6C_3$
$=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}\times\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}$
$=120\times 20$
$=2400$（通り）……答

2 10 人の A チームと 6 人の B チームの計 16 人の中から 8 人を選ぶとき，B チームの人が少なくとも 1 人は選ばれる場合は何通りあるか求めなさい。
$_{16}C_8-{}_{10}C_8={}_{16}C_8-{}_{10}C_2$
$=\frac{16\cdot 15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}-\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}$
$=12870-45$
$=12825$（通り）……答

★自分でチェックしてみよう★　●いろいろな組合せ

項　目	1回目（ ／ ）	2回目（ ／ ）	3回目（ ／ ）	ここに戻る
積の法則について理解し，それを利用して組合せの総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
補集合について理解し，それを利用して組合せの総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

学習日　月　日

10 場合の数と確率
組合せの応用①

学習の目標
❶ 組分けについて理解し，組分けの総数が求められるようになろう。
❷ 同じもの（数字）を含む順列について理解し，できる整数の個数が求められるようになろう。

Q1 6人を2人ずつ3つの組に分ける方法は全部で何通りあるか求めなさい。

組分け
いくつかのものを，いくつかの組に分ける「組分け」の問題には，次の2つの場合がある。
[1]　組が区別できる場合（6人を，2人と4人に分ける，など）
　組をA，B，……として，①Aに入る選び方の総数（組合せ）を求める。②残ったものから，Bに入る選び方の総数（組合せ）を求める。③……　として，最後に積の法則を使って総数を求める。
[2]　組が区別できない場合（6人を2人，2人，2人に分ける，など）
　まず，それぞれの組をA，B，……として，[1]のように計算する。すると，組数の順列の数だけ重複ができるので，この順列の数で割る。

考え方
まず，分ける3つの組をA，B，Cとすると，
A…6人から2人を選ぶ
→ $_6C_2$ 通り。
B…残り4人から2人を選ぶ
→ $_4C_2$ 通り。
そして，区別できない組の数が3つあり，重複している分について考える。

答案
3つの組をA，B，Cとして，組を区別すると，
A組の2人の選び方が，$_6C_2$ 通り。
残り4人からB組の2人の選び方が，$_4C_2$ 通り。
残り2人でC組が決まるから，この場合の数が，$_6C_2\times{}_4C_2$ 通り。
ここで，A，B，Cの組の区別をなくすと，同じものが $_3P_3=3!$ 通りずつできるから，求める場合の数は，
$\dfrac{_6C_2\times{}_4C_2}{3!}=\dfrac{15\times6}{6}=15$（通り）……答

Q2 1，1，1，2，2，3の6個の数字を並べて，6桁の整数を作るとき，全部で何通りできるか求めなさい。

同じものを含む順列
〔文字・数字などが3種類の場合〕
aが p 個，bが q 個，cが r 個の合計 n 個全部を1列に並べる順列の総数は，n 個のうちから，aが入る p 個を選び，次に残りからbが入る q 個を選ぶとcが入るところが決まるので，
$_nC_p\times{}_{n-p}C_q=\dfrac{n!}{p!q!r!}$　ただし，$p+q+r=n$

考え方
6個の数字のうち，3個は1，2個は2，そして1個は3の計6個を1列に並べる。

答案
1が3個，2が2個，3が1個あるから，
$\dfrac{6!}{3!2!1!}=60$（通り）……答
【別解】□□□□□□の6個のうちの3個に1，2個に2，1個に3を入れると考えて，
$_6C_3\times{}_3C_2=60$（通り）

Q1〈組分け〉について，まとめよう。

まとめ
■ 組分けの問題では，まず組をA，B，……などとし，各組への入れ方の総数を順次求め，それらの［積］を計算する（［積］の法則）。
　組が区別できるときは，ここまででよいが，できないときは，できない組数の［順列］の数で上の結果を割ればよい。

確認問題
□ 9人を3人ずつ3つの組に分ける方法は全部で何通りあるか求めなさい。

3つの組をA，B，Cとして，組を区別する。
A組に入れる3人の選び方は［$_9C_3$］通り。
残り［6］人からB組に入れる3人の選び方は［$_6C_3$］通り。
残り［3］人でC組が決まるから，組に区別がある場合の分け方は［$_9C_3\times{}_6C_3$］通り。
ここで，A，B，Cの組の区別をなくすと，同じものが［3!］通りずつできるから，求める総数は，
［$\dfrac{_9C_3\times{}_6C_3}{3!}$］＝［280］（通り）

Q2〈同じものを含む順列〉について，まとめよう。

まとめ
■ aが p 個，bが q 個，cが r 個の合計 n 個全部を1列に並べる順列の総数は
［$\dfrac{n!}{p!q!r!}$］　ただし，$p+q+r=$［n］

確認問題
□ 1，2，2，3，3，3の6個の数字を並べて6桁の整数を作るとき，全部で何通りできるか求めなさい。

1が［1］個，2が［2］個，3が［3］個あるから，
［$\dfrac{6!}{1!2!3!}$］＝［60］（通り）

演習問題

1 何人かの人を，次のように分けるとき，分け方は全部で何通りあるか求めなさい。 → Q1

★□(1) 6人をA，Bの2つの組に3人ずつ分ける。
A組に入れる3人の選び方は $_6C_3$ 通りあり，B組は残り3人で決まる。
よって，$_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}$
$=20$（通り）……答

★□(2) 6人を3人ずつ2つの組に分ける。
(1)において，A，Bの区別をなくすと，同じ組が2!通りずつできるから，
$\dfrac{20}{2!}=10$（通り）……答

□(3) 8人を2人ずつ4つの組に分ける。
$\dfrac{_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2}{4!}=\dfrac{8\cdot7}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{1}{4\cdot3\cdot2\cdot1}$
$=105$（通り）……答

2 7桁の整数を，次のようにして作るとき，整数は全部で何通りできるか求めなさい。 → Q2

★□(1) 1，1，2，2，2，3，3の7個の数字を並べて7桁の整数を作る。
1が2個，2が3個，3が2個あるから，
$\dfrac{7!}{2!3!2!}=210$（通り）……答

□(2) 1，1，1，2，3，3，3の7個の数字を並べて7桁の偶数を作る。
偶数だから，1個しかない2は一の位に決まる。
よって，残った3個の1と3個の3の順列の総数を求めればよいから，
$\dfrac{6!}{3!3!}=20$（通り）……答

3 5人を2人，2人，1人の3つの組に分ける分け方は何通りあるか求めなさい。

□ まず，2人の組をA，B，1人の組をCとして，5人をこれらの組に分ける。
A組に入る2人は $_5C_2$ 通り。残り3人からB組に入る2人を選ぶ方法は $_3C_2$ 通り。C組に入る1人は残りの1人で1通り。ここで，A，Bの区別をなくすと，同じ組が2!通りずつできる。
よって，$\dfrac{_5C_2\times{}_3C_2}{2!}=15$（通り）……答

理解度チェック

次の空欄をうめなさい。

□(1) いくつかのものを組分けするとき，その場合の数は，各組が区別できるなら，各組の選び方の総数を順に求め，それらの［積］を計算すればよい。
　組が区別できないなら，まずA，B，……などと名前をつけて区別して，上記のようにして場合の数を求める。
　次に，［区別できない組］の数の［順列］の数で，前の結果を割ればよい。

□(2) n 個のもののうち，p 個は同じもの，q 個は他の同じもの，r 個はさらに別の同じものとなっているとき，それらすべてを1列に並べる順列の総数は
［$\dfrac{n!}{p!q!r!}$］　ただし，［$p+q+r$］$=n$

1 10人を次のようにして分けるとき，分け方は全部で何通りあるか求めなさい。

□(1) 10人を2人ずつ5つの組に分ける。
$\dfrac{_{10}C_2\times{}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2}{5!}=945$（通り）……答

□(2) 10人を5人ずつ2つの組に分ける。
$\dfrac{_{10}C_5}{2!}=126$（通り）……答

2 1，3，3，3，5，5，5，5，5の9個の数字を並べて9桁の整数を作るとき，全部で何通りできるか求めなさい。
$\dfrac{9!}{3!5!}=504$（通り）……答

★自分でチェックしてみよう★　●組合せの応用①

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
組分けについて理解し，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
同じ数字を含む順列について理解し，1列に並べてできる整数の個数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

学習日　月　日

11 場合の数と確率
組合せの応用②

学習の目標
❶ 同じ文字を含む順列について理解し，その総数が求められるようになろう。
❷ 同じものを含む順列について理解し，最短経路の総数が求められるようになろう。

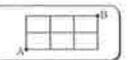
Q1 mathematicsの11個のアルファベットを並べ替えてできる文字列は全部で何通りあるか求めなさい。

同じものを含む順列（文字列）
〔文字・数字などが3種類以上の場合〕
aが p 個，bが q 個，cが r 個の合計 n 個全部を1列に並べる順列の総数は，
$_nC_p\times{}_{n-p}C_q=\dfrac{n!}{p!q!r!}$　ただし，$p+q+r=n$　p.40 Q2
一般に，aが p 個，bが q 個，cが r 個，……の合計 n 個全部を1列に並べる順列の総数は，
$_nC_p\times{}_{n-p}C_q\times{}_{n-p-q}C_r\times\cdots\cdots=\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$　ただし，$p+q+r+\cdots\cdots=n$

考え方
同じ文字を含む順列である。
おのおのの文字が何個ずつあるかを正確に数え上げる。

答案
mが2個，aが2個，tが2個，hが1個，eが1個，iが1個，cが1個，sが1個の順列で，1!は考えなくてよいから，
$\dfrac{11!}{2!2!2!}=4989600$（通り）……答
【別解】文字が入る11か所のうち，2個にm，2個にa，2個にt，1個にh，……入れると考えて，
$_{11}C_2\times{}_9C_2\times{}_7C_2\times{}_5C_1$
$\times{}_4C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1$
$=4989600$（通り）

Q2 右の図のような道を遠回りしないでA地点からB地点まで行く経路は何通りあるか求めなさい。



同じものを含む順列（最短経路）
同じものを含む順列
→が p 個，↑が q 個の合計 n 個全部を1列に並べる順列の総数は，n 個から→が入る p 個を選ぶ組合せで，
$_nC_p=\dfrac{n!}{p!q!}$　ただし，$p+q=n$
〔最短経路の問題〕
右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表して考える。

考え方
AからBまで行く方法の1つに→→→↑↑がある。
3個の→と，2個の↑の5個を並べ替えても，AからBまで行くことができる。
すなわち，→3個と↑2個の順列の総数が，求める経路の総数である。

答案
右へ1区画進むことを→で，上へ1区画進むことを↑で表す。
→3個，↑2個の順列の総数を求めればよいから，
$\dfrac{5!}{3!2!}=10$（通り）……答
【別解】通る5区画のうち，3か所に→を入れれば，↑は残りの2か所に入れればよいので，
$_5C_3={}_5C_2=10$（通り）

Q1〈同じものを含む順列（文字列）〉について，まとめよう。

まとめ
■ aが p 個，bが q 個，cが r 個，……の合計 n 個全部を1列に並べる順列は，
$_nC_p\times{}_{n-p}C_q\times{}_{n-p-q}C_r\times\cdots\cdots=$［$\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$］　ただし，$p+q+r+\cdots\cdots=$［$n$］

確認問題
● 次の問いに答えなさい。
□(1) JAPANの5個の文字を並べ替えてできる文字列は全部で何通りあるか求めなさい。
□(2) baseballの8個の文字を並べ替えてできる文字列は全部で何通りあるか求めなさい。

(1) Jが［1］個，Aが［2］個，Pが［1］個，Nが［1］個の順列だから，
［$\dfrac{5!}{2!}$］＝［60］（通り）
(2) bが2個，aが2個，sが1個，eが1個，lが2個の順列だから，
［$\dfrac{8!}{2!2!2!}$］＝［5040］（通り）

Q2〈同じものを含む順列（最短経路）〉について，まとめよう。

まとめ
■ 最短経路の問題では，右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表して考える。
　→が p 個，↑が q 個の合計 n 個全部を1列に並べる順列の総数は，
［$_nC_p$］＝［$\dfrac{n!}{p!q!}$］　ただし，$p+q=n$

確認問題
□ 右の図のような道を遠回りしないでA地点からB地点まで行く経路は何通りあるか求めなさい。

右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表す。
→が［3］個，↑が［3］個の順列の総数を求めればよいから，
［$\dfrac{6!}{3!3!}$］＝［20］（通り）

演習問題

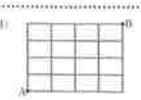
1 文字列を次のようにして作るとき，文字列は全部で何通りできるか求めなさい。 → Q1

★□(1) CANADAの6個の文字を並べ替える。
Cが1個，Aが3個，Nが1個，Dが1個の順列だから，
$\dfrac{6!}{3!}=120$（通り）……答

□(2) exerciseの8個の文字を並べ替える。
eが3個，xが1個，rが1個，cが1個，iが1個，sが1個の順列だから，
$\dfrac{8!}{3!}=6720$（通り）……答

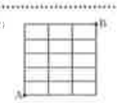
2 次の図で，遠回りしないでA地点からB地点まで行く経路は何通りあるか求めなさい。 → Q2

□(1)



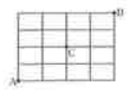
右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表す。
→4個，↑4個の順列の総数を求めればよいから，
$\dfrac{8!}{4!4!}=70$（通り）……答

★□(2)



右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表す。
→3個，↑5個の順列の総数を求めればよいから，
$\dfrac{8!}{3!5!}=56$（通り）……答

3 右の図のような道をA地点からC地点を経由してB地点まで遠回りしないで行く経路は何通りあるか求めなさい。



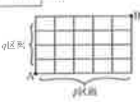
右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表す。
AからCまでの経路数は，→2個，↑2個の順列の総数で，
$\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）
CからBまでの経路数は，→2個，↑2個の順列の総数で，
$\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）
積の法則より，$6\times6=36$（通り）……答

理解度チェック

次の空欄をうめなさい。

□(1) 同じ文字を含む，aが p 個，bが q 個，cが r 個，……の合計 n 個の順列の総数は，
$_nC_p\times{}_{n-p}C_q\times$［$_{n-p-q}C_r$］$\times\cdots\cdots=$［$\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$］　ただし，［$p+q+r+\cdots\cdots$］$=n$

□(2) 横方向に p 区画，縦方向へ q 区画のご盤の目の道を，左下の端点Aから右上の端点Bまで最短経路で行く道順の総数は，［$\dfrac{n!}{p!q!}$］通り。ただし，$n=p+q$



1 文字列を次のようにして作るとき，文字列は全部で何通りできるか求めなさい。

□(1) AMERICAの7個の文字を並べ替える。
Aが2個，Mが1個，Eが1個，Rが1個，Iが1個，Cが1個だから，
$\dfrac{7!}{2!}=2520$（通り）……答

□(2) coffeeの6個の文字を並べ替える。
cが1個，oが1個，fが2個，eが2個だから，
$\dfrac{6!}{2!2!}=180$（通り）……答

2 右の図のような道を遠回りしないでA地点からB地点まで行く経路は何通りあるか求めなさい。

右へ1区画進むことを→，上へ1区画進むことを↑で表す。
→3個，↑4個の順列の総数を求めればよいから，
$\dfrac{7!}{3!4!}=35$（通り）……答

★自分でチェックしてみよう★　●組合せの応用②

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
同じ文字を含む順列について理解し，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
最短経路について理解し，同じものを含む順列として，その総数が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

TEST 1 ■定期試験対策
場合の数

学習日　　月　　日

◆ 到達目標 ◆
❶集合の考え方を使って，要素の個数を求める問題が解決できる。
❷いろいろなものの並べ方を理解して，その総数を求める問題が解決できる。

得点　／100

1 次の問いに答えなさい。【各4点×5】

(1) 100以下の自然数のうち，3の倍数または5の倍数である数の個数を求めなさい。
100以下の自然数の集合を全体集合 U，U の部分集合で，
3の倍数の集合を A，5の倍数の集合を B とする。
$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$
$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$
$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot6\}$
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=33+20-6$
$=47$

47個

(2) 赤，白，青の玉を1個ずつ並べるとき，並べ方は何通りあるか。樹形図をかいて求めなさい。

赤＜白―青／青―白
白＜赤―青／青―赤
青＜赤―白／白―赤
6通り

(3) 5人の男子グループと3人の女子グループから，それぞれ1人ずつ選ぶとき，その組は何通りあるか求めなさい。
男子の選び方は5通り，女子の選び方は3通り。
積の法則より，$5\times3=15$（通り）

15通り

(4) 40人のクラスで，委員長と副委員長を1人ずつ選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。
${}_{40}P_{2}=40\times39$
$=1560$（通り）

1560通り

(5) 40人のクラスで，日直を2人選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。
${}_{40}C_{2}=\frac{40\times39}{2\cdot1}$
$=780$（通り）

780通り

得点　／20

2 次の問いに答えなさい。【各4点×5】

(1) 円卓で，男4人，女4人が席に着く。男女が交互に座る方法は何通りあるか求めなさい。
男4人の円順列は，$(4-1)!=3!$（通り）
女4人を男の間に1人ずつ並べる方法は，$4!$ 通り。
積の法則より，$3!\times4!=144$（通り）

144通り

(2) ○または×で答える問題が4題あるとき，○，×のつけ方は何通りあるか求めなさい。
$2^4=16$（通り）

16通り

(3) 10枚の硬貨を同時に投げて，4枚だけが表になるのは何通りあるか求めなさい。
${}_{10}C_{4}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}$
$=210$（通り）

210通り

(4) さいころを3回投げるとき，3つの目の数の積が偶数になるのは何通りあるか求めなさい。
さいころを3回投げたときの目の出方は 6^3 通り。
3回とも奇数である場合の数は 3^3 通り。
求めるものは，少なくとも1回は偶数の目が出る場合の数だから，
$6^3-3^3=189$（通り）

189通り

(5) 12人を4人ずつ3つの組に分けるとき，分け方は何通りあるか求めなさい。
$\frac{{}_{12}C_{4}\times{}_{8}C_{4}}{3!}=5775$（通り）

5775通り

得点　／20

TEST 1

3 男子3人，女子4人が1列に並ぶとき，次の問いに答えなさい。【(1)7点，(2)8点】
(1) 男子3人が隣り合う場合は何通りあるか求めなさい。
(2) 両端が女子になる場合は何通りあるか求めなさい。

(1) 男子3人をひとまとめとして，5人の順列は5!通り。
そのおのおのに対して，男子の並び方は3!通り。
積の法則より，
$5!\times3!=720$（通り）……答

(2) 両端の女子の並び方は ${}_{4}P_{2}$ 通り。
そのおのおのに対して，他の5人の並び方は5!通り。
積の法則より，
${}_{4}P_{2}\times5!=1440$（通り）……答

得点　／15

4 0，1，2，3の4つの数字を使って，重複を許して次のような自然数を作る方法は何通りあるか求めなさい。【(1)7点，(2)8点】
(1) 4桁の自然数
(2) 4桁の偶数

(1) 千の位の数字は，1，2，3の3通り。
そのおのおのに対して，百，十，一の位はそれぞれ4通り。
積の法則より，
$3\times4^3=192$（通り）……答

(2) 偶数となるのは，一の位の数字が0か2の2通り。
そのおのおのに対して，千の位の数字は0以外の3通り。
さらに，そのおのおのに対して，百，十の位はそれぞれ4通りだから，偶数となるのは，
$2\times3\times4^2=96$（通り）……答

得点　／15

5 6人の生徒を2つに分けるとき，次の分け方はそれぞれ何通りあるか求めなさい。【各5点×3】
(1) A班に3人，B班に3人に分ける。
(2) 3人と3人に分ける。
(3) 教室を掃除する生徒と廊下を掃除する生徒に分ける。ただし，どちらも最低1人は担当することにする。

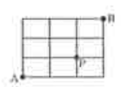
(1) ${}_{6}C_{3}\times{}_{3}C_{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}$
$=20$（通り）……答

(2) (1)において，A，Bの区別をなくすから，
$\frac{20}{2!}=10$（通り）……答

(3) 1人について，教室か廊下か，2通りの選び方があり，一方が0人になる場合が2通りあるから，
$2^6-2=62$（通り）……答

得点　／15

6 次の図のような街路上をA地点からB地点まで最短経路で行くとき，あとの問いに答えなさい。【各5点×3】



(1) A地点からB地点まで行く方法は何通りあるか求めなさい。
(2) 必ずP地点を通る方法は何通りあるか求めなさい。
(3) P地点が通行止めであるとき，行き方は何通りあるか求めなさい。

右へ1区画進むことを→で，
上へ1区画進むことを↑で表す。
(1) →3個，↑3個の順列の総数だから，
$\frac{6!}{3!3!}=20$（通り）……答

(2) AからPまでは→2個，↑1個の順列の総数だから，$\frac{3!}{2!}=3$（通り）

PからBまでは→1個，↑2個の順列の総数だから，$\frac{3!}{2!}=3$（通り）
積の法則より，
$3\times3=9$（通り）……答

(3) (1)，(2)より，
$20-9=11$（通り）……答

得点　／15

12 場合の数と確率
確率の意味

学習日　　月　　日

学習の目標
❶ 確率の意味や用語について，理解しよう。
❷ 同様に確からしい事象に注意して，確率を正しく求めることができるようになろう。

基本 Q1 1個のさいころを投げるとき，3の倍数の目が出る確率を求めなさい。

確率の意味
同じ条件のもとで繰り返すことのできる実験や観測を**試行**といい，試行の結果起こる事柄を**事象**という。
事象のうち，それ以上分けることのできない事象を**根元事象**といい，1つの試行で，根元事象の全体からなる事象を**全事象**という。
ある試行において，どの根元事象が起こることも同程度に期待できるとき，これらの根元事象は**同様に確からしい**という。
各根元事象が同様に確からしいとき，事象 A の起こる**確率** $P(A)$ は，

$$P(A)=\frac{\text{事象 }A\text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

★ 考え方 ★
1個のさいころを投げるとき，「同様に確からしい根元事象」とは，それぞれ1，2，3，4，5，6の目が出るという事象である。
また，さいころの目の数のうち，3の倍数は3，6である。

答案
1個のさいころを投げるとき，起こりうる目の出方は全部で，
1，2，3，4，5，6の6通り。
このうち，3の倍数の目が出るのは，3，6の2通り。
求める確率は，
$\frac{\text{3の倍数の目が出る場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ……答

基本 Q2 2個のさいころを同時に投げるとき，目の数の和が6になる確率を求めなさい。

確率の求め方
確率を計算するときは，同様に確からしい根元事象について，起こりうるすべての場合（全事象）と，その事象の起こる場合の数をもれなく数える必要がある。
例えば，2個のさいころを同時に投げるとき，同じ目が出る場合を求めるとき，それぞれ a の目と b の目が出ることを $(a,\ b)$ と表すと，起こりうる目の出方は，(1，1)，(1，2)，(1，3)，……，(1，6)，(2，1)，(2，2)，(2，3)，……，(2，6)，……，(6，6)で，全部で，$6\times6=36$（通り）

★ 考え方 ★
2個のさいころを区別して数える。例えば，(2，5)と(5，2)は異なる根元事象である。
2個のさいころを投げるとき，起こりうる目の出方は，
$6\times6=36$（通り）

答案
2個のさいころを投げるとき，目の出方は全部で，
$6\times6=36$（通り）。このうち，目の数の和が6になるのは，
(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)の5通り。
求める確率は，$\frac{5}{36}$ ……答

Q1〈確率の意味〉について，まとめよう。

まとめ
■ 試行 の結果として起こる事柄を 事象 という。このうち，それ以上分けることのできないものを 根元事象 といい，根元事象の全体からなる事象を 全事象 という。
各根元事象が 同様に確からしい とき，事象 A の起こる確率 $P(A)$ は，
$P(A)=\frac{\text{事象 }A\text{ の 起こる場合の数}}{\text{起こりうる すべての場合の数}}$

確認問題
1個のさいころを投げるとき，偶数の目が出る確率を求めなさい。

1個のさいころを投げるとき，起こりうる目の出方は全部で，1，2，3，……，6の 6 通り。
このうち，偶数の目が出るのは， 2，4，6 の 3 通り。
求める確率は， $\frac{3}{6}$ ＝ $\frac{1}{2}$

Q2〈確率の求め方〉について，まとめよう。

まとめ
■ 確率を計算するときは， 同様に 確からしい 根元 事象について，起こりうる すべて の場合と，その 事象 の起こる場合をもれなく数える必要がある。
例えば，2枚の硬貨を同時に投げるとき，1枚に表，1枚に裏が出る場合を求めるとき，起こりうる表と裏の出方は，(表，表)，(表，裏)， (裏，表) ，(裏，裏) の 4 通り。
このうち，1枚が表，1枚が裏になるのは， (表，裏)，(裏，表) の 2 通り。

確認問題
2枚の硬貨を同時に投げるとき，2枚とも裏が出る確率を求めなさい。

2枚の硬貨を同時に投げるとき，起こりうる表と裏の出方は全部で，
2 × 2 ＝ 4 （通り）
このうち，2枚とも裏が出るのは， (裏，裏) の 1 通り。
求める確率は $\frac{1}{4}$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。 → Q1

★ (1) 1～8の8枚のカードから1枚引くとき，奇数のカードを引く確率を求めなさい。
1枚のカードの引き方は全部で1，2，3，……，8の8通り。
このうち，奇数のカードを引くのは1，3，5，7の4通り。
求める確率は，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ ……答

(2) 当たりくじ2本を含む10本のくじから1本引くとき，当たりくじを引く確率を求めなさい。
1本のくじの引き方は全部で10通り。
このうち，当たりくじを引くのは2通り。
求める確率は，$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ ……答

2 次の問いに答えなさい。 → Q2

★ (1) 2個のさいころを同時に投げるとき，目の数の差が4になる確率を求めなさい。
2個のさいころの目の出方は全部で，$6\times6=36$（通り）。
このうち，目の数の差が4になるのは，(1，5)，(2，6)，(5，1)，(6，2)の4通り。
求める確率は，$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ ……答

(2) 2人でじゃんけんを1回するとき，あいこになる確率を求めなさい。
2人の手の出し方は全部で，$3\times3=9$（通り）。
このうち，あいこになるのは，3通り。
求める確率は，$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ……答

3 3個のさいころを同時に投げるとき，目の数の積が60になる確率を求めなさい。

3個のさいころの目の出方は全部で，$6\times6\times6$ 通り。
このうち，目の数の積が60になるのは，
(2，5，6)，(2，6，5)，(5，2，6)，(5，6，2)，(6，2，5)，(6，5，2)，(3，4，5)，(3，5，4)，(4，3，5)，(4，5，3)，(5，3，4)，(5，4，3)の12通り。
求める確率は，$\frac{12}{6\times6\times6}=\frac{1}{18}$ ……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 試行 の結果として起こる事象のうち，それ以上分けることのできないものを 根元事象 という。各 根元事象 が同様に 確からしい とき，事象 A の起こる確率 $P(A)$ は，
$P(A)=\frac{\text{事象 }A\text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうる すべての場合の数}}$

(2) 確率を計算するときは，同様に 確からしい 根元事象について，起こりうる すべて の場合と，その事象の 起こる 場合をもれなく数える必要がある。

1 1個のさいころを投げるとき，3以上の目が出る確率を求めなさい。
1個のさいころを投げるとき，目の出方は全部で1，2，3，4，5，6の6通り。
このうち，3以上の目が出るのは3，4，5，6の4通り。
求める確率は，$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ……答

2 2個のさいころを同時に投げるとき，目の数の積が12になる確率を求めなさい。
2個のさいころを同時に投げるとき，2個のさいころの目の出方は全部で，$6\times6=36$（通り）。
このうち，目の数の積が12になるのは，(2，6)，(3，4)，(4，3)，(6，2)の4通り。
求める確率は，$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ ……答

★自分でチェックしてみよう★　●確率の意味

項目	1回目(　/　)	2回目(　/　)	3回目(　/　)	ここに戻る
確率の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
確率の意味を活用して確率が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
確率の求め方の要点を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
確率の求め方をいろいろな場合に活用できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

学習日　月　日

13 場合の数と確率 事象の確率

学習の目標
❶ 順列・組合せを利用した確率の求め方について，理解しよう。
❷ 場合の数の和の法則や積の法則を利用して，確率を計算できるようになろう。

Q1
白玉3個と赤玉5個が入った袋の中から同時に2個の玉を取り出すとき，白玉と赤玉である確率を求めなさい。

順列・組合せと確率
確率を計算するために場合の数を求めるときには，順列や組合せの考え方が利用できる。その場合，形や色が同じものでも，区別して調べることが大切である。
例えば，白玉2個と赤玉3個から2個取り出すとき，2個とも赤玉を取り出す場合は，2個の白玉を白1，白2，3個の赤玉を赤1，赤2，赤3のように区別し，白玉2個と赤玉3個の合計5個から2個の取り出し方は，全部で ${}_5C_2$ 通り。
2個とも赤玉となるのは，赤玉3個から2個を取り出す場合で，${}_3C_2$ 通り。

$${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

P.32 Q1

考え方
同じ色の玉も区別する。
取り出した2個が白玉と赤玉であるのは，白玉3個から1個，赤玉5個から1個取り出した場合である。

答案
8個ある玉から2個取る組合せは，全部で ${}_8C_2$ 通り。
このうち，取り出した2個が白玉と赤玉であるのは，白玉3個から1個，赤玉5個から1個取り出す場合だから，${}_3C_1\times{}_5C_1$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_3C_1\times{}_5C_1}{{}_8C_2}=\frac{3}{1}\times\frac{5}{1}\div\frac{8\cdot7}{2\cdot1}=\frac{15}{28}$ ……答

Q2
5人がくじ引きによって横1列に並ぶ順番を決めるとき，その中の特定の2人が隣り合う確率を求めなさい。

場合の数の性質と確率
確率を計算するために場合の数を求めるとき，**和の法則**や**積の法則**などの場合の数の性質が利用できる。
和の法則　2つの事象 A と B の起こり方に重複がないとき，A の起こり方が a 通り，B の起こり方が b 通りとすると，A または B の起こる場合は，$a+b$ 通り。P.16 Q2
積の法則　事象 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合に対しても事象 B の起こり方が b 通りあれば，A と B がともに起こる場合は，$a\times b$ 通り。P.20 Q1

考え方
特定の2人が隣り合う並び方の場合の数を求めるには，
① その特定の2人をひとまとめにして，4人が並ぶときの並べ方として求める。
○○［特定の2人］○
② ひとまとめにした2人の並び方を考える。

答案
特定の2人をひとまとめにする。
特定の2人を除く3人と，ひとまとめにした特定の2人の並び方は，${}_4P_4=4!$（通り）。
また，ひとまとめにした特定の2人の並び方は，${}_2P_2=2!$（通り）。
よって，特定の2人が隣り合う並び方は，$4!\times2!$ 通り。
5人の並び方は全部で，$5!$ 通り。
求める確率は，$\frac{4!\times2!}{5!}=\frac{2}{5}$ ……答

Q1 〈順列・組合せと確率〉について，まとめよう。

まとめ
■ 確率を求めるときには，樹形図や順列・組合せの考え方や公式が利用できる。

${}_nP_r=n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)$　　${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}$

このとき，形や色が同じでも，区別して調べる。

確認問題
白玉3個と赤玉4個が入った袋の中から同時に3個取り出すとき，白玉2個と赤玉1個を取り出す確率を求めなさい。

白玉3個と赤玉4個の7個から3個の取り出し方は，全部で ${}_7C_3$ 通り。
このうち，白玉2個と赤玉1個の取り出し方は，${}_3C_2\times{}_4C_1$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_3C_2\times{}_4C_1}{{}_7C_3}=\frac{3\times4}{35}=\frac{12}{35}$

Q2 〈場合の数の性質と確率〉について，まとめよう。

まとめ
■ 確率を計算するとき，次のような場合の数の性質が利用できる。
和の法則　事象 A と B の起こり方に重複がないとき，A の起こり方が a 通り，B の起こり方が b 通りとすると，A または B の起こる場合は，$a+b$ 通り。
積の法則　事象 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合に対しても B の起こり方が b 通りあるとき，A と B がともに起こる場合は，$a\times b$ 通り。

確認問題
男子4人，女子2人の6人がくじ引きによって横1列に並ぶ順番を決めるとき，女子2人が両端に並ぶ確率を求めなさい。

6人の並び方は，全部で ${}_6P_6(6!)$ 通り。　女 男 男 男 男 女
両端の女子2人の並び方は ${}_2P_2(2!)$ 通りであり，そのときの男子4人の並び方は ${}_4P_4(4!)$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_2P_2(2!)\times{}_4P_4(4!)}{{}_6P_6(6!)}=\frac{1}{15}$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。 → Q1

★(1) 赤色のカード5枚と白色のカード2枚の中から同時に2枚取り出すとき，赤色と白色のカードが1枚ずつである確率を求めなさい。
カードは7枚あるから，2枚の取り出し方は，全部で ${}_7C_2$ 通り。
このうち，取り出した2枚が赤色と白色であるのは，赤色5枚から1枚，白色2枚から1枚取り出す場合だから，${}_5C_1\times{}_2C_1$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_5C_1\times{}_2C_1}{{}_7C_2}=\frac{5\times2}{21}=\frac{10}{21}$ ……答

(2) 1～7の7枚のカードから同時に2枚取り出すとき，偶数のカードと奇数のカードを1枚ずつ取り出す確率を求めなさい。
7枚のカードから2枚を取り出す方法は，全部で ${}_7C_2$ 通り。
このうち，偶数のカードは2，4，6の3枚，奇数のカードは1，3，5，7の4枚あるから，偶数と奇数のカードを1枚ずつ取り出す方法は，${}_3C_1\times{}_4C_1$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_3C_1\times{}_4C_1}{{}_7C_2}=\frac{3\times4}{21}=\frac{4}{7}$ ……答

2 次の問いに答えなさい。 → Q2

★(1) 1～6の数字を1つずつ書いてある6個の玉を袋に入れ，その袋から玉を1個ずつ順に6個取り出すとき，3の倍数の玉を続けて取り出す確率を求めなさい。
6個の玉の取り出し方は，${}_6P_6=6!$（通り）。　3の倍数の玉は3と6の玉の2個ある。
この2個を続けて取り出すとき，それらをひとまとめにして考えると，残りの4個の玉と合わせた取り出し方は，${}_5P_5=5!$（通り）。
また，ひとまとめにした2個の順番は，${}_2P_2=2!$（通り）。
求める確率は，$\frac{5!\times2!}{6!}=\frac{1}{3}$ ……答

(2) 男子4人と女子3人がくじ引きによって横1列に並ぶ順番を決めるとき，男子と女子が交互に並ぶ確率を求めなさい。
男子4人と女子3人が交互に並ぶのは，男女男女男女男のような場合だけである。
そのときの並び方は，男子の並び方が ${}_4P_4$ 通り，女子の並び方が ${}_3P_3$ 通りだから，${}_4P_4\times{}_3P_3$ 通り。
また，男子と女子を合わせた7人の並び方は，全部で ${}_7P_7$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_4P_4\times{}_3P_3}{{}_7P_7}=\frac{4!\times3!}{7!}=\frac{3\times2\times1}{7\times6\times5}=\frac{1}{35}$ ……答

3 大人2人と子供3人が円形のテーブルに着席するとき，大人2人が隣り合う確率を求めなさい。
大人と子供を合わせた5人が円形に並ぶときの並び方は，$(5-1)!=4!$（通り）。
また，大人2人が隣り合うとき，この大人2人をひとまとめにして考えると，
ひとまとめにした大人と残りの子供3人の円形の並び方は，$(4-1)!=3!$（通り）。
大人2人の並び方が，${}_2P_2=2!$（通り）。
求める確率は，$\frac{3!\times2!}{4!}=\frac{1}{2}$ ……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) 確率を求めるときには，樹形図や順列・組合せの考え方が利用できる。
例えば，白玉4個と赤玉2個から同時に2個を取り出すとき，2個とも白玉である確率を求める場合，白玉と赤玉を合わせた6個から2個の取り出し方は，全部で ${}_6C_2$ 通り。2個とも白玉である取り出し方は，白玉 4 個から2個取り出すので，${}_4C_2$ 通りとして計算する。
(2) 和の法則や積の法則などの場合の数の性質は，確率の計算に利用できる。
和の法則　事象 A と B の起こり方に重複がなく，A の起こり方が a 通り，B の起こり方が b 通りのとき，A または B の起こる場合は，$a+b$ 通り。
積の法則　事象 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合にも B の起こり方が b 通りのとき，A と B が ともに 起こる場合は，$a\times b$ 通り。

1 男子4人，女子3人の中から，くじ引きで委員を2人選ぶとき，男子と女子が1人ずつ選ばれる確率を求めなさい。
男子4人と女子3人の7人の中から2人の選び方は，全部で ${}_7C_2$ 通り。
このうち，男子と女子1人ずつの選び方は，男子が4人から1人，女子が3人から1人だから，${}_4C_1\times{}_3C_1$ 通り。
求める確率は，$\frac{{}_4C_1\times{}_3C_1}{{}_7C_2}=\frac{4\times3}{21}=\frac{4}{7}$ ……答

2 1～5の5枚のカードを横1列に並べるとき，偶数のカード2と4が隣り合う確率を求めなさい。
5枚のカードの並べ方は，全部で，${}_5P_5=5!$（通り）。
偶数2枚をひとまとめにして，これと奇数3枚の並べ方は，${}_4P_4=4!$（通り）。
偶数2枚の並べ方は，${}_2P_2=2!$（通り）。
求める確率は，$\frac{4!\times2!}{5!}=\frac{2}{5}$ ……答

★自分でチェックしてみよう★　●事象の確率

項目	1回目（ / ）	2回目（ / ）	3回目（ / ）	ここに戻る
順列・組合せの公式を利用して，確率を求めることができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
和の法則や積の法則を用いて，いろいろな確率を求めることができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

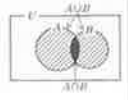
学習日　月　日

14 場合の数と確率 確率の基本性質

学習の目標
❶ 和事象・積事象の確率の意味と求め方について，理解しよう。
❷ 確率の基本性質や余事象の意味について理解し，確率を計算できるようになろう。

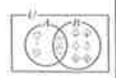
Q1
ジョーカーを除く52枚のトランプをよくきって1枚選ぶとき，「ハートの札を取り出す」という事象を A，「2以下の札を取り出す」という事象を B とする。このとき，積事象 $A\cap B$ の確率 $P(A\cap B)$ と和事象 $A\cup B$ の確率 $P(A\cup B)$ をそれぞれ求めなさい。

和事象・積事象の確率
事象 A，B に対して，
A と B がともに起こる事象を A，B の**積事象**といい，$A\cap B$ で表す。
A または B が起こる事象を A，B の**和事象**といい，$A\cup B$ で表す。
和事象，積事象の表す範囲は，それぞれ右の図のように表される。P.14 Q1
事象 $A\cap B$，$A\cup B$ の起こる確率をそれぞれ $P(A\cap B)$，$P(A\cup B)$ で表す。



考え方
$A\cap B$ は A かつ B は「ハートの札」かつ「1か2の札」を取り出すということ。$A\cup B$ は A または B は「ハートの札」または「1か2の札」を取り出すということである。

答案
カードを1枚選ぶ選び方は，全部で52通り。
$A\cap B$ は，「ハートで，1か2の札を引く」という事象で，$A\cap B$＝{♡1，♡2}
$A\cup B$ は，「ハートの札または，1か2の札を引く」という事象で，
$A\cup B$＝{♡1～♡13，◇1，◇2，♤1，♤2，♧1，♧2}
よって，$P(A\cap B)=\frac{2}{52}=\frac{1}{26}$ ……答
$P(A\cup B)=\frac{13+2\times3}{52}=\frac{19}{52}$ ……答

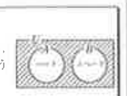


Q2
ジョーカーを除く52枚のトランプをよくきって1枚選ぶとき，「ハートの札を取り出す」という事象を A，「スペードの札を取り出す」という事象を B とする。このとき，A でも B でもない確率 $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ を求めなさい。

確率の基本性質
2つの事象 A，B が決して同時に起こらない（$A\cap B=\phi$）とき，A，B は互いに**排反**であるという。
確率の基本性質
① どんな事象 A についても，$0\leqq P(A)\leqq1$
② $A=\phi$ であるとき，$P(A)=0$　　全事象 U について，$P(U)=1$
事象 A に対して，「A が起こらない」という事象を A の**余事象**といい，$\overline{A}$ で表す。P.36 Q2

考え方
$\overline{A}\cap\overline{B}$ がどんな事象を表すかを考えると，「ハートもスペードも取り出さない」ということから，「ダイヤまたはクラブを取り出す」という事象であることがわかる。

答案
カードを1枚選ぶ選び方は，全部で52通り。
$\overline{A}\cap\overline{B}$ は，A でも B でもないということだから，「ダイヤまたはクラブの札を取り出す」という事象で，その選び方は 13×2 通り。
よって，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{13\times2}{52}=\frac{1}{2}$ ……答



Q1 〈和事象・積事象の確率〉について，まとめよう。

まとめ
■ 事象 A，B について，
A と B がともに起こる事象を A，B の 積 事象といい，$A\cap B$ で表す。
A または B が起こる事象を A，B の 和 事象といい，$A\cup B$ で表す。
積 事象 $A\cap B$ の確率を $P(A\cap B)$，和 事象 $A\cup B$ の確率を $P(A\cup B)$ と表す。

確認問題
1～11の11枚のカードから1枚引くとき，「奇数のカードを引く」という事象を A，「7以上のカードを引く」という事象を B とする。このとき，$P(A\cap B)$，$P(A\cup B)$ を求めなさい。

1枚のカードの引き方は，全部で11通り。
$A\cap B$ は，A と B がともに 起こるという事象で，「奇数かつ7以上のカードを引く」ということだから，$A\cap B$＝{7，9，11}　　よって，$P(A\cap B)=\frac{3}{11}$
$A\cup B$ は，A または B が 起こるという事象で，「奇数または 7以上のカードを引く」ということだから，$A\cup B$＝{1，3，5，7，8，9，10，11}　　よって，$P(A\cup B)=\frac{8}{11}$

Q2 〈確率の基本性質〉について，まとめよう。

まとめ
■ 2つの事象 A，B が決して同時に起こらないとき，A，B は互いに 排反 であるという。
事象 A に対して，「A が起こらない」という事象を A の 余事象 といい，$\overline{A}$ で表す。
どんな事象 A についても，$0\leqq P(A)\leqq1$　　$P(\phi)=0$
全事象 U について，$P(U)=1$

確認問題
1～11の11枚のカードから1枚引くとき，「奇数のカードを引く」という事象を A，「4の倍数のカードを引く」という事象を B とする。このとき，$P(\overline{A}\cap\overline{B})$ を求めなさい。

1枚のカードの引き方は，全部で11通り。
$\overline{A}\cap\overline{B}$ は，A と B の どちらも起こらない という事象で，「奇数のカードも4の倍数のカードも引かない」ということだから，「偶数 であり，4の倍数でないカードを引く」ということになる。
よって，$\overline{A}\cap\overline{B}$＝{2，6，10}　　したがって，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{3}{11}$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。 → Q1

★(1) 1～9の数字の青札が9枚，1～8の数字の赤札が8枚，1～7の数字の白札が7枚ある。これらの札をよくきって1枚選ぶとき，「偶数の札を取り出す」という事象を A，「白札を取り出す」という事象を B とする。このとき，$P(A\cap B)$，$P(A\cup B)$ を求めなさい。
札は全部で $9+8+7=24$（枚）あるから，1枚の選び方は，全部で24通り。
$A\cap B$ は「偶数かつ白札を取り出す」という事象であり，偶数の白札は3枚。よって，$P(A\cap B)=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$ ……答
$A\cup B$ は「偶数または白札を取り出す」という事象であり，あてはまる札は，偶数の青札が4枚，偶数の赤札が4枚，白札が7枚。よって，$P(A\cup B)=\frac{4+4+7}{24}=\frac{5}{8}$ ……答

(2) トランプのうち，ハートの13枚とダイヤの13枚を抜き出して袋に入れ，その袋から1枚を取り出すとき，「10以上の札を取り出す」という事象を A，「ダイヤの札を取り出す」という事象を B とする。このとき，$P(A\cap B)$，$P(A\cup B)$ を求めなさい。
札は全部で26枚あるから，1枚の取り出し方は，全部で26通り。
$A\cap B$ は「ダイヤかつ10以上の札を取り出す」という事象であり，札は4枚。$P(A\cap B)=\frac{4}{26}=\frac{2}{13}$ ……答
$A\cup B$ は「10以上の札またはダイヤの札を取り出す」という事象であり，あてはまる札は，ハートの10以上の札が4枚，ダイヤの札が13枚。よって，$P(A\cup B)=\frac{4+13}{26}=\frac{17}{26}$ ……答

2 次の問いに答えなさい。 → Q2

★(1) 青札が9枚，赤札が8枚，白札が7枚ある。これらの札をよくきって1枚選ぶとき，「赤札を取り出す」という事象を A，「白札を取り出す」という事象を B とする。このとき，$P(\overline{A}\cap\overline{B})$ を求めなさい。
札は全部で $9+8+7=24$（枚）あるから，1枚の選び方は，全部で24通り。
$\overline{A}\cap\overline{B}$ は，「赤札でなく，白札でない札を取り出す」という事象であり，これは，「青札を取り出す」ということと同じである。
青札は9枚あるから，求める確率は，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$ ……答

(2) トランプのうち，ハートの13枚とダイヤの13枚を抜き出して袋に入れ，その袋から1枚を取り出すとき，「ハートの絵札（J，Q，K）を取り出す」という事象を A，「ダイヤの札を取り出す」という事象を B とする。このとき，$P(\overline{A}\cap\overline{B})$ を求めなさい。
札は全部で26枚あるから，1枚の選び方は，全部で26通り。
$\overline{A}\cap\overline{B}$ は，「ハートの絵札でなく，ダイヤでない札を取り出す」という事象であり，「ハートの1～10の札を取り出す」ということと同じである。
よって，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{10}{26}=\frac{5}{13}$ ……答

3 1～5の5枚のカードをよくきってから1枚ずつ引いて横1列に並べる。このとき，「1のカードが左端にある」という事象を A，「5のカードが右端にある」という事象を B とする。$P(A\cap\overline{B})$ を求めなさい。
1～5の5枚のカードの並べ方は，全部で ${}_5P_5=5!$（通り）
$A\cap\overline{B}$ は，「1が左端にあり，5が右端にない」ということと同じである。
その並べ方は，5が3通りで，残りの3枚の並べ方が ${}_3P_3=3!$（通り）
よって，$P(A\cap\overline{B})=\frac{3\times3!}{5!}=\frac{3}{5\times4}=\frac{3}{20}$ ……答

1 □□□○
5の位置

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) 事象 A と B が ともに 起こるという事象を A，B の 積事象 といい，$A\cap B$ で表す。
事象 A または B が起こるという事象を A，B の 和事象 といい，$A\cup B$ で表す。
また，積事象 $A\cap B$ の確率を $P(A\cap B)$，和事象 $A\cup B$ の確率を $P(A\cup B)$ と表す。
(2) 2つの事象 A，B が決して 同時 に起こらないとき，A，B は 互いに排反 であるという。
事象 A に対して，「A が起こらない」という事象を A の 余事象 といい，$\overline{A}$ で表す。
どんな事象 A についても，$0\leqq P(A)\leqq1$　　$P(\phi)=0$
全事象 U に対して，$P(U)=1$

1 ジョーカーを除く52枚のトランプをよくきって1枚選ぶとき，「絵札（J，Q，K）を取り出す」という事象を A，「ダイヤの札を取り出す」という事象を B とする。このとき，$P(A\cap B)$，$P(A\cup B)$ を求めなさい。
カード1枚の選び方は，52通り。
$A\cap B$ は，「絵札かつダイヤの札を取り出す」という事象で，ダイヤの11(J)，12(Q)，13(K)の3通り。
$A\cup B$ は，「絵札またはダイヤの札を取り出す」という事象で，ダイヤの13枚か，ハート，クラブ，スペードの絵札のそれぞれ3通り。
よって，$P(A\cap B)=\frac{3}{52}$ ……答　　$P(A\cup B)=\frac{13+3\times3}{52}=\frac{11}{26}$ ……答

2 ジョーカーを除く52枚のトランプをよくきって1枚選ぶとき，「エース（1）の札を取り出す」という事象を A，「絵札（J，Q，K）を取り出す」という事象を B とする。このとき，$P(\overline{A}\cap\overline{B})$ を求めなさい。
カード1枚の選び方は，52通り。
$\overline{A}\cap\overline{B}$ は，A でも B でもないということだから，「エースでもなく絵札でもない札を取り出す」という事象で，スペード，ハート，ダイヤ，クラブの2～10のいずれかのカードを取り出すことである。
よって，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{9\times4}{52}=\frac{9}{13}$ ……答

★自分でチェックしてみよう★　●確率の基本性質

項目	1回目（ / ）	2回目（ / ）	3回目（ / ）	ここに戻る
和事象・積事象について理解し，その確率が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
確率の基本性質について理解し，余事象に関する確率が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

学習日　　月　　日

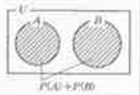
15 場合の数と確率
確率の加法定理

Q1 赤玉6個と白玉4個が入った袋の中から同時に2個の玉を取り出すとき，取り出した2個の玉の色が同じである確率を求めなさい。

確率の加法定理

和事象 $A\cup B$ の確率について，次の確率の**加法定理**が成り立つ。

加法定理　事象 A，B が互いに排反であるとき，すなわち，$A\cap B=\phi$ であるとき，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$



考え方

「取り出した2個の玉の色が同じ」という事象は，
A：「2個とも赤玉」または
B：「2個とも白玉」
を取り出すという事象のことである。
A，B は互いに排反だから，加法定理
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
が使えるので，$P(A)$，$P(B)$ を求める。

答案

玉は合計で10個あり，その中から2個を取り出すとき，取り出し方は全部で，${}_{10}C_2$ 通り。
「2個とも赤玉である」という事象を A，「2個とも白玉である」という事象を B とすると，A，B は互いに排反である。
また，「取り出した玉の色が同じである」という事象は，和事象 $A\cup B$ である。
求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
$=\dfrac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2}+\dfrac{{}_4C_2}{{}_{10}C_2}=\dfrac{15}{45}+\dfrac{6}{45}=\dfrac{7}{15}$ ……答

Q2 100本中に，1等が5本，2等が10本，3等が30本あるくじから1本引くとき，1等から3等までのいずれかが当たる確率を求めなさい。

確率の加法定理（3つの事象）

3つの事象 A, B, C の和事象 $A\cup B\cup C$ についても，確率の加法定理が成り立つ。
3つの事象 A，B，C について，どの2つも互いに排反であるとき，
$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$

考え方

「1等から3等のいずれかが当たる」というのは，
A：「1等が当たる」
B：「2等が当たる」
C：「3等が当たる」
この和事象 $A\cup B\cup C$ であり，A，B，C は互いに排反である。

答案

100本のくじから1本引くとき，引き方は全部で100通り。
また，1等が当たるという事象を A，2等が当たるという事象を B，3等が当たるという事象を C とすると，A，B，C はどの2つも互いに排反である。
また「1等から3等のいずれかが当たる」という事象は，和事象 $A\cup B\cup C$ である。求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$
$=\dfrac{5}{100}+\dfrac{10}{100}+\dfrac{30}{100}=\dfrac{9}{20}$ ……答

学習の目標
❶ 確率の加法定理について理解し，それをいろいろな確率の計算に活用できるようになろう。
❷ 3つの事象に関しても確率の加法定理が成り立つことを理解し，それを活用できるようになろう。

Q1〈確率の加法定理〉について，まとめよう。

まとめ
■ 事象 A，B が互いに $\boxed{排反}$ であるとき，すなわち，$A\cap B=\phi$ であるとき，
$P(A\cup B)=\boxed{P(A)}+\boxed{P(B)}$ が成り立つ。これを確率の $\boxed{加法}$ 定理という。

確認問題
男子3人と女子5人の8人の中から，くじ引きで委員を2人選ぶとき，2人とも男子であるか，2人とも女子である確率を求めなさい。

8人の中から委員の2人の選び方は，全部で $\boxed{{}_8C_2}$ 通り。
「2人とも男子を選ぶ」という事象を A，「2人とも女子を選ぶ」という事象を B とすると，A と B は互いに $\boxed{排反}$ である。
男子は3人，女子は5人いるから，$P(A)=\dfrac{\boxed{{}_3C_2}}{\boxed{{}_8C_2}}$　$P(B)=\dfrac{\boxed{{}_5C_2}}{\boxed{{}_8C_2}}$
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+\boxed{P(B)}=\boxed{\dfrac{13}{28}}$

Q2〈確率の加法定理（3つの事象）〉について，まとめよう。

まとめ
■ 3つの事象 A，B，C について，どの2つも互いに $\boxed{排反}$ であるとき，
$P(A\cup B\cup C)=\boxed{P(A)}+\boxed{P(B)}+\boxed{P(C)}$

確認問題
袋の中に90個の玉が入っていて，そのうち2個は赤色，5個は青色，20個は黄色の色が塗ってあり，残りの玉には色が塗っていない。この袋の中から玉を1個取り出すとき，色が塗ってある玉を取り出す確率を求めなさい。

90個の玉から1個取り出すとき，取り出し方は全部で $\boxed{90}$ 通り。
このうち，「赤玉を取り出す」という事象を A，「青玉を取り出す」という事象を B，「黄玉を取り出す」という事象を C とすると，A，B，C はどの2つも互いに $\boxed{排反}$ である。
求める確率は，$\boxed{加法}$ 定理より，
$P(A\cup B\cup C)=P(A)+\boxed{P(B)}+\boxed{P(C)}$
$=\boxed{\dfrac{2}{90}}+\boxed{\dfrac{5}{90}}+\boxed{\dfrac{20}{90}}=\boxed{\dfrac{3}{10}}$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。　→Q1

★(1) 1～9の9枚のカードをよくきって同時に2枚取り出すとき，2枚とも奇数，または2枚とも偶数のカードである確率を求めなさい。
1～9のうち，奇数は1，3，5，7，9の5枚，偶数は2，4，6，8の4枚。
9枚から2枚の取り出し方は，全部で ${}_9C_2$ 通り。
「2枚とも奇数を取り出す」という事象を A，「2枚とも偶数を取り出す」という事象を B とすると，A，B は排反である。また，「2枚とも奇数または2枚とも偶数のカードを取り出す事象」は和事象 $A\cup B$ である。
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{{}_5C_2}{{}_9C_2}+\dfrac{{}_4C_2}{{}_9C_2}=\dfrac{10}{36}+\dfrac{6}{36}=\dfrac{4}{9}$ ……答

(2) 赤玉5個と白玉4個が入っている袋から同時に3個を取り出すとき，3個の中に赤玉と白玉の両方が含まれる確率を求めなさい。
玉は合わせて9個あるから，3個の取り出し方は，全部で ${}_9C_3$ 通り。
「赤玉1個と白玉2個を取り出す」という事象を A，「赤玉2個と白玉1個を取り出す」という事象を B とすると，A，B は排反である。
また，「3個の中に赤玉と白玉の両方が含まれる」という事象は和事象 $A\cup B$ である。
求める確率は，加法定理より，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{{}_5C_1\times{}_4C_2}{{}_9C_3}+\dfrac{{}_5C_2\times{}_4C_1}{{}_9C_3}=\dfrac{5\times6}{84}+\dfrac{10\times4}{84}=\dfrac{5}{6}$ ……答

2 次の問いに答えなさい。　→Q2

★(1) 80本中に，1等が5本，2等が10本，3等が20本あるくじから1本引くとき，1等から3等までのいずれかが当たる確率を求めなさい。
「1等が当たる」という事象を A，「2等が当たる」という事象を B，「3等が当たる」という事象を C とすると，A，B，C はどの2つも互いに排反である。
また，「1等から3等までのいずれかが当たる」という事象は和事象 $A\cup B\cup C$ である。
求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\dfrac{5}{80}+\dfrac{10}{80}+\dfrac{20}{80}=\dfrac{7}{16}$ ……答

(2) 5円硬貨が10枚，10円硬貨が20枚，50円硬貨が6枚，100円硬貨が4枚ある。これらを袋に入れて1枚取り出すとき，取り出した金額が10（円）の倍数となる確率を求めなさい。
硬貨は合わせて $10+20+6+4=40$（枚）あるから，1枚の取り出し方は，全部で40通り。
取り出した金額が10（円）の倍数になるのは，10円硬貨，50円硬貨，100円硬貨のいずれかを取り出したときである。
求める確率は，$\dfrac{20}{40}+\dfrac{6}{40}+\dfrac{4}{40}=\dfrac{3}{4}$ ……答

3 2個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が4の倍数となる確率を求めなさい。

2個のさいころの目の数の和は2以上12以下だから，4の倍数となるのは，4，8，12のときである。
「目の数の和が4である」という事象を A，「目の数の和が8である」という事象を B，「目の数の和が12である」という事象を C とすると，A，B，C はどの2つも互いに排反である。
$A=\{(1,3),(2,2),(3,1)\}$，$B=\{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$，$C=\{(6,6)\}$
求める確率は，加法定理より，$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\dfrac{3}{36}+\dfrac{5}{36}+\dfrac{1}{36}=\dfrac{1}{4}$ ……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 事象 A，B が互いに排反であるとき，すなわち，$A\cap B=\boxed{\phi}$ であるとき，$\boxed{加法}$ 定理
$P(A\cup B)=P(A)+\boxed{P(B)}$ が成り立つ。

(2) 3つの事象 A，B，C について，どの2つも互いに $\boxed{排反}$ であるとき，すなわち，
$A\cap B=\boxed{\phi}$　$\boxed{B\cap C}=\boxed{\phi}$　$\boxed{C\cap A}=\boxed{\phi}$
であるとき，$\boxed{加法}$ 定理 $P(\boxed{A\cup B\cup C})=P(A)+P(B)+P(C)$ が成り立つ。

1 赤玉4個と白玉5個が入った袋の中から同時に2個の玉を取り出すとき，2個とも同じ色の玉を取り出す確率を求めなさい。

玉は全部で9個あるから，その中から2個の選び方は，${}_9C_2$ 通り。
「2個とも赤玉を取り出す」という事象を A，「2個とも白玉を取り出す」という事象を B とすると，A，B は排反である。
また，「2個とも同じ色の玉を取り出す」という事象は和事象 $A\cup B$ である。
求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
$=\dfrac{{}_4C_2}{{}_9C_2}+\dfrac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=\dfrac{6}{36}+\dfrac{10}{36}=\dfrac{4}{9}$ ……答

2 50本のくじの中に，下の表に示した本数の1等，2等，3等のくじが入っている。このくじから1本引くとき，1等から3等までのいずれかが当たる確率を求めなさい。

	1等	2等	3等
本数	2本	8本	20本

50本のくじから1本を引くとき，引き方は全部で50通り。
1等が当たるという事象を A，2等が当たるという事象を B，3等が当たるという事象を C とすると，A，B，C はどの2つも互いに排反である。
求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$
$=\dfrac{2}{50}+\dfrac{8}{50}+\dfrac{20}{50}=\dfrac{3}{5}$ ……答

★自分でチェックしてみよう★　●確率の加法定理

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
加法定理を利用して，いろいろな確率が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
加法定理を応用して，3つの事象についての確率が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

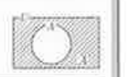
学習日　　月　　日

16 場合の数と確率
余事象，和事象の確率

Q1 3枚の硬貨を投げるとき，少なくとも1枚は表が出る確率を求めなさい。

余事象の確率

事象 A とその余事象 $\overline{A}$ について，
$P(A)+P(\overline{A})=1$　　すなわち，$P(A)=1-P(\overline{A})$
事象 A の確率の計算よりも余事象 $\overline{A}$ の確率の計算の方が簡単なときによく活用される。



考え方

「少なくとも1枚は表」である場合の余事象は「3枚とも裏」である場合であることから確率を求める。
「少なくとも～」という表現が含まれる場合は，余事象の確率に着目する。

答案

「少なくとも1枚は表が出る」という事象 A の余事象は，「3枚とも裏が出る」という事象である。
3枚の硬貨を投げるとき，表裏の出方は全部で，$2^3=8$（通り）。
このうち，3枚とも裏が出るのは1通りで，その確率は，
$P(\overline{A})=\dfrac{1}{8}$
求める確率は，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$ ……答

Q2 1から100までの数字が1つずつ書かれた100枚のカードから1枚引くとき，その数字が2の倍数または3の倍数である確率を求めなさい。

一般の和事象の確率

事象 A，B の和事象 $A\cup B$ の確率について，次のことが成り立つ。
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$A\cap B=\phi$ のとき，$P(A\cap B)=0$ より，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ ……①
①は確率の加法定理であり，一般の和事象の確率の特別な場合である。

考え方

A：「2の倍数を引く」，
B：「3の倍数を引く」とすると，求める確率は $P(A\cup B)$
ただし，A，B は互いに排反ではないから，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
で確率を計算する。$A\cap B$ は「6の倍数を引く」である。

答案

100枚のカードから1枚引くとき，引き方は全部で100通り。
「2の倍数のカードを引く」という事象を A，「3の倍数のカードを引く」という事象を B とすると，$A\cap B$ は2と3の最小公倍数の「6の倍数のカードを引く」という事象である。
$A=\{2\cdot1,\ 2\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 2\cdot50\}$，$B=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$，
$A\cap B=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$ より，
$n(A)=50$，$n(B)=33$，$n(A\cap B)=16$　P.8 Q1
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$=\dfrac{50}{100}+\dfrac{33}{100}-\dfrac{16}{100}=\dfrac{67}{100}$ ……答

学習の目標
❶ 余事象の確率について理解し，それを活用して簡単に確率が求められるようになろう。
❷ 一般の和事象の確率について理解し，それが活用できるようになろう。

Q1〈余事象の確率〉について，まとめよう。

まとめ
■ 事象 A とその $\boxed{余事象}$ $\overline{A}$ について $P(A)+P(\overline{A})=\boxed{1}$　すなわち $P(A)=\boxed{1}-\boxed{P(\overline{A})}$
事象 A の確率 $P(A)$ よりも，事象 A の余事象の確率 $\boxed{P(\overline{A})}$ を求める方が簡単なときによく活用される。

確認問題
1～9の9枚のカードから同時に2枚引くとき，少なくとも1枚は奇数である確率を求めなさい。

9枚のカードから同時に2枚引くとき，引き方は全部で $\boxed{{}_9C_2}$ 通り。
「少なくとも1枚は奇数である」という事象 A の余事象は，「2枚とも $\boxed{偶数}$ である」という事象である。
偶数のカードは2，4，6，8の4枚あるから，2枚とも偶数であるのは $\boxed{{}_4C_2}$ 通り。
求める確率は，$P(A)=1-\boxed{P(\overline{A})}=1-\dfrac{\boxed{{}_4C_2}}{\boxed{{}_9C_2}}=\boxed{\dfrac{5}{6}}$

Q2〈一般の和事象の確率〉について，まとめよう。

まとめ
■ 事象 A，B の和事象 $A\cup B$ の確率について，$P(A\cup B)=P(A)+\boxed{P(B)}-\boxed{P(A\cap B)}$
$A\cap B=\phi$ のとき，上の等式は，確率の加法定理 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ になる。

確認問題
1から80までの数字が1つずつ書かれた80枚のカードから1枚引くとき，その数字が2の倍数または5の倍数である確率を求めなさい。

「2の倍数を引く」という事象を A，「5の倍数を引く」という事象を B とすると，
$A\cap B$ は2と5の最小公倍数の「$\boxed{10}$ の倍数を引く」という事象である。
$A=\{2\cdot1,\ \boxed{2\cdot2},\ \cdots\cdots,\ \boxed{2\cdot40}\}$，$B=\{5\cdot1,\ \boxed{5\cdot2},\ \cdots\cdots,\ \boxed{5\cdot16}\}$，
$A\cap B=\{10\cdot1,\ \boxed{10\cdot2},\ \cdots\cdots,\ \boxed{10\cdot8}\}$ より，
$n(A)=\boxed{40}$，$n(B)=\boxed{16}$，$n(A\cap B)=\boxed{8}$
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-\boxed{P(A\cap B)}$
$=\boxed{\dfrac{3}{5}}$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。　→Q1

★(1) 男子3人と女子2人の5人の中からくじ引きで委員を2人選ぶとき，女子が少なくとも1人は選ばれる確率を求めなさい。
5人から2人を選ぶ選び方は，全部で ${}_5C_2$ 通り。
「女子が少なくとも1人は選ばれる」という事象 A の余事象は，「2人とも男子が選ばれる」という事象である。2人とも男子が選ばれる場合は，${}_3C_2$ 通り。
求める確率は，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=1-\dfrac{3}{10}=\dfrac{7}{10}$ ……答

(2) 10円硬貨5枚，50円硬貨3枚，100円硬貨2枚を袋の中に入れ，同時に2枚を取り出すとき，取り出した2枚の硬貨の金額の合計が50円以上になる確率を求めなさい。
硬貨は合わせて $5+3+2=10$（枚）あるから，2枚の選び方は，全部で ${}_{10}C_2$ 通り。
「2枚の硬貨の金額の合計が50円以上になる」という事象 A の余事象は，「金額の合計が50円未満」という事象であり，$\overline{A}$ は「2枚とも10円硬貨を取り出す」という事象と同じである。
求める確率は，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}=1-\dfrac{10}{45}=\dfrac{7}{9}$ ……答

2 次の問いに答えなさい。　→Q2

★(1) 1から100までの数字が1つずつ書いてある100枚のカードから1枚引くとき，その数字が4の倍数または6の倍数である確率を求めなさい。
「4の倍数を引く」という事象を A，「6の倍数を引く」という事象を B とすると，$A\cap B$ は4と6の最小公倍数の「12の倍数を引く」という事象である。
$A=\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot25\}$，$B=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$，$A\cap B=\{12\cdot1,\ 12\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 12\cdot8\}$ より，
$n(A)=25$，$n(B)=16$，$n(A\cap B)=8$
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{25}{100}+\dfrac{16}{100}-\dfrac{8}{100}=\dfrac{33}{100}$ ……答

(2) 1から200までの数字が1つずつ書いてある200枚のカードから1枚引くとき，その数字が3または5で割り切れる確率を求めなさい。
「3で割り切れる数を引く」という事象を A，「5で割り切れる数を引く」という事象を B とすると，
$A\cap B$ は「15で割り切れる数を引く」という事象である。
$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot66\}$，$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot40\}$，$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot13\}$ より，
$n(A)=66$，$n(B)=40$，$n(A\cap B)=13$
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{66}{200}+\dfrac{40}{200}-\dfrac{13}{200}=\dfrac{93}{200}$ ……答

3 男子5人と女子4人がくじ引きで横1列に並ぶ順番を決めるとき，少なくとも2人の男子が隣り合う確率を求めなさい。

男子5人と女子4人を合わせると9人だから，並び方は，全部で ${}_9P_9=9!$（通り）
「少なくとも2人の男子が隣り合う」という事象 A の余事象は，「どの男子も隣り合わない」という事象である。どの男子も隣り合わないのは，男子と女子が交互に並ぶ（男女男女男女男女男）ときだから，その並び方は，男子の並び方と女子の並び方の積より，$5!\times4!$ 通り。
求める確率は，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{5!\times4!}{9!}=1-\dfrac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{9\cdot8\cdot7\cdot6}=\dfrac{125}{126}$ ……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 事象 A とその $\boxed{余事象}$ $\overline{A}$ について，$P(A)=\boxed{1}-\boxed{P(\overline{A})}$ が成り立つ。

(2) 事象 A，B の和事象 $A\cup B$ の確率について，次のことが成り立つ。
$P(A\cup B)=\boxed{P(A)}+\boxed{P(B)}-\boxed{P(A\cap B)}$ ……①
A，B が互いに排反であるとき，$A\cap B=\phi$ より，$P(A\cap B)=P(\phi)=0$ だから，①より，確率の加法定理 $P(A\cup B)=\boxed{P(A)}+\boxed{P(B)}$ を導くことができる。

1 3枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも1枚は裏が出る確率を求めなさい。

「少なくとも1枚は裏が出る」という事象 A の余事象は，「3枚とも表が出る」という事象である。
3枚の硬貨を投げるとき，表裏の出方は全部で，$2^3=8$（通り）。
このうち，3枚とも表が出るのは，（表，表，表）の1通りだから，$P(\overline{A})=\dfrac{1}{8}$
求める確率は，
$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$ ……答

2 1から50までの数字が1つずつ書かれた50枚のカードから1枚引くとき，その数字が3の倍数または4の倍数である確率を求めなさい。

「3の倍数を引く」という事象を A，「4の倍数を引く」という事象を B とすると，
$A\cap B$ は「3の倍数かつ4の倍数を引く」すなわち「12の倍数を引く」という事象である。
$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot16\}$，$B=\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot12\}$，
$A\cap B=\{12\cdot1,\ 12\cdot2,\ 12\cdot3,\ 12\cdot4\}$ より，
$n(A)=16$，$n(B)=12$，$n(A\cap B)=4$
求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$=\dfrac{16}{50}+\dfrac{12}{50}-\dfrac{4}{50}=\dfrac{12}{25}$ ……答

★自分でチェックしてみよう★　●余事象，和事象の確率

項目	1回目(/)	2回目(/)	3回目(/)	ここに戻る
余事象 $\overline{A}$ の確率について理解し，それを活用できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
一般の和事象の確率について理解し，それを利用して確率が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

TEST 2

■定期試験対策
確率

学習日　　月　　日

到達目標
❶確率の基本性質を活用して，確率の基本的な計算ができる。
❷確率の加法定理や余事象の確率などを活用して，いろいろな確率の計算ができる。

得点　/100

1 次の問いに答えなさい。　【各5点×5】

(1) 2個のさいころを同時に投げるとき，出た目の数の積が12になる確率を求めなさい。
2個のさいころを投げるとき，目の数の出方は，全部で6×6通り
このうち，目の数の積が12になるのは，
(2, 6)，(6, 2)，(3, 4)，(4, 3)の4通り。
求める確率は，$\frac{4}{6\times6}=\frac{1}{9}$　　$\boxed{\frac{1}{9}}$

(2) 赤玉3個と白玉4個が入っている袋から同時に2個取り出すとき，その2個が赤玉と白玉である確率を求めなさい。
玉は全部で7個あるから，2個の取り出し方は，全部で${}_7C_2$通り。
このうち，2個が赤玉と白玉であるのは，赤玉3個から1個，白玉4個から1個取り出す場合だから，${}_3C_1\times{}_4C_1$通り。
求める確率は，$\frac{{}_3C_1\times{}_4C_1}{{}_7C_2}=\frac{3\times4}{21}=\frac{4}{7}$　　$\boxed{\frac{4}{7}}$

(3) 6人がくじ引きで横1列に並ぶ順番を決めるとき，特定の2人が左端とその隣りに並ぶ確率を求めなさい。
6人の並び方は，全部で${}_6P_6$通り。
特定の2人の並び方は${}_2P_2$通りで，それぞれについて，残りの4人の並び方は${}_4P_4$通り。
求める確率は，$\frac{{}_2P_2\times{}_4P_4}{{}_6P_6}=\frac{2!\times4!}{6!}=\frac{2\cdot1}{6\cdot5}=\frac{1}{15}$　　$\boxed{\frac{1}{15}}$

(4) 1等から3等までの当たる確率が下の表のようなくじがある。このくじを1本引くとき，1等から3等までのいずれかが当たる確率を求めなさい。

	1等	2等	3等
確率	$\frac{1}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{7}{18}$

「1等が当たる」という事象をA，「2等が当たる」という事象をB，「3等が当たる」という事象をCとすると，
A，B，Cはどの2つも互いに排反である。求める確率は，
$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{1}{18}+\frac{5}{18}+\frac{7}{18}=\frac{13}{18}$　　$\boxed{\frac{13}{18}}$

(5) 1～10の10枚のカードをよくきって同時に2枚引くとき，4以上の数字のカードを少なくとも1枚引く確率を求めなさい。
10枚から2枚の取り出し方は，全部で${}_{10}C_2$通り。
「4以上の数字のカードを少なくとも1枚引く」という事象Aの余事象は，「2枚とも3以下の数字のカードを引く」という事象である。
求める確率は，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=1-\frac{3}{45}=\frac{14}{15}$　　$\boxed{\frac{14}{15}}$

小計　/25

2 次の問いに答えなさい。　【各6点×5】

(1) 1～6の6枚のカードをよくきって順に横1列に並べるとき，奇数と偶数が交互に並ぶ確率を求めなさい。
6枚のカードの並べ方は，全部で${}_6P_6$通り。
奇数と偶数は3枚ずつあるから，奇数と偶数が交互に並ぶのは右の2通りあり，その並べ方は，${}_3P_3\times{}_3P_3\times2$通り。
奇偶奇偶奇偶
偶奇偶奇偶奇
求める確率は，$\frac{{}_3P_3\times{}_3P_3\times2}{{}_6P_6}=\frac{3!\times3!\times2}{6!}=\frac{3\cdot2\cdot1\times2}{6\cdot5\cdot4}=\frac{1}{10}$　　$\boxed{\frac{1}{10}}$

(2) 赤玉4個と白玉5個が入っている袋から同時に3個取り出すとき，次の確率を求めなさい。
① 3個とも同じ色の玉である確率
玉は9個あるから，3個の取り出し方は，全部で${}_9C_3$通り。
3個とも同じ色であるのは，「3個とも赤玉」という事象Aと「3個とも白玉」という事象Bの和事象$A\cup B$で，A，Bは互いに排反である。求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{{}_4C_3}{{}_9C_3}+\frac{{}_5C_3}{{}_9C_3}=\frac{4}{84}+\frac{10}{84}=\frac{1}{6}$　　$\boxed{\frac{1}{6}}$
② 3個のうち，赤玉の個数が白玉の個数より多い確率
赤玉の個数が白玉の個数より多いのは，「赤玉3個」という事象Aと，「赤玉2個と白玉1個」という事象Bの和事象$A\cup B$で，A，Bは互いに排反である。求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{{}_4C_3}{{}_9C_3}+\frac{{}_4C_2\times{}_5C_1}{{}_9C_3}=\frac{4}{84}+\frac{6\times5}{84}=\frac{17}{42}$　　$\boxed{\frac{17}{42}}$

(3) 1～9の9枚のカードをよくきって同時に2枚選ぶとき，カードの数の積が偶数である確率を求めなさい。
9枚から2枚の取り出し方は，全部で${}_9C_2$通り。
「積が偶数である」という事象Aの余事象は，「積が奇数である」という事象であり，積が奇数であるのは，2数とも奇数の場合である。
1～9の中に奇数は5枚だから，2数とも奇数となるのは${}_5C_2$通り。
求める確率は，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=1-\frac{10}{36}=\frac{13}{18}$　　$\boxed{\frac{13}{18}}$

(4) 1から100までの数字が1つずつ書かれた100枚のカードから1枚引くとき，その数字が2の倍数か5の倍数である確率を求めなさい。
「2の倍数である」という事象をA，「5の倍数である」という事象をBとすると，$A=\{2\cdot1,\ 2\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 2\cdot50\}$，$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$
2と5の最小公倍数は10で，$A\cap B=\{10\cdot1,\ 10\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 10\cdot10\}$
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{50}{100}+\frac{20}{100}-\frac{10}{100}=\frac{3}{5}$　　$\boxed{\frac{3}{5}}$

小計　/30

TEST 2

3 1～13の13枚のカードをよくきって同時に3枚選ぶとき，次の問いに答えなさい。　【各5点×2】
(1) 3枚とも10以上の数字のカードである確率を求めなさい。
(2) 3枚のうちの最大の数が10である確率を求めなさい。

(1) 13枚から3枚の選び方は，全部で${}_{13}C_3$通り。
10以上のカードは4枚あるから，3枚とも10以上である選び方は，${}_4C_3$通り。
求める確率は，
$\frac{{}_4C_3}{{}_{13}C_3}=\frac{4\cdot3\cdot2}{13\cdot12\cdot11}$
$=\frac{2}{143}$　……答

(2) 3枚のうち最大の数が10であるのは，3枚とも10以下である選び方から，3枚とも9以下である選び方を除いたものだから，
${}_{10}C_3-{}_9C_3$（通り）
求める確率は，
$\frac{{}_{10}C_3-{}_9C_3}{{}_{13}C_3}=\frac{10\cdot9\cdot8-9\cdot8\cdot7}{13\cdot12\cdot11}$
$=\frac{9\cdot8\cdot(10-7)}{13\cdot12\cdot11}$
$=\frac{18}{143}$　……答

小計　/10

4 赤玉4個と白玉6個が入っている袋から同時に4個取り出すとき，次の問いに答えなさい。　【各5点×2】
(1) 赤玉が少なくとも1個含まれる確率を求めなさい。
(2) 4個とも同じ色の玉である確率を求めなさい。

(1) 玉は合わせて10個あるから，4個の取り出し方は，全部で${}_{10}C_4$通り。
「赤玉が少なくとも1個含まれる」という事象Aの余事象は，「4個とも白玉である」という事象である。
求める確率は，
$P(A)=1-P(\overline{A})$
$=1-\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}$
$=1-\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{10\cdot9\cdot8\cdot7}$
$=\frac{13}{14}$　……答

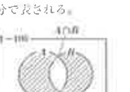
(2) 「4個とも赤玉である」という事象をA，「4個とも白玉である」という事象をBとすると，A，Bは互いに排反である。
また，「4個とも同じ色の玉である」という事象は和事象$A\cup B$である。
求める確率は，加法定理より，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
$=\frac{{}_4C_4}{{}_{10}C_4}+\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}$
$=\frac{1}{210}+\frac{15}{210}$
$=\frac{8}{105}$　……答

小計　/10

5 1から100までの数字が1つずつ書かれた100枚のカードから1枚引くとき，次の問いに答えなさい。　【各5点×2】
(1) 取り出したカードの数字が3でも4でも割り切れる確率を求めなさい。
(2) 取り出したカードの数字が3または4のどちらか一方だけで割り切れる確率を求めなさい。

(1) 「取り出した数字が3で割り切れる」という事象をA，「取り出した数字が4で割り切れる」という事象をBとする。
「取り出した数字が3でも4でも割り切れる」という事象は，積事象$A\cap B$であり，「3と4の最小公倍数12で割り切れる」という事象である。
$A\cap B=\{12\cdot1,\ 12\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 12\cdot8\}$
より，$n(A\cap B)=8$
求める確率は，$P(A\cap B)=\frac{8}{100}$
$=\frac{2}{25}$　……答

(2) 「取り出した数字が3または4のどちらか一方だけで割り切れる」という事象は，下の図の斜線部分で表される。



$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$
$B=\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot25\}$
より，$n(A)=33$，$n(B)=25$
求める確率は，
$\{P(A)-P(A\cap B)\}+\{P(B)-P(A\cap B)\}$
$=P(A)+P(B)-2\times P(A\cap B)$
$=\frac{33}{100}+\frac{25}{100}-2\times\frac{8}{100}$
$=\frac{21}{50}$　……答

小計　/10

6 大人4人と子供4人がくじ引きで横1列に並ぶ順番を決めるとき，次の問いに答えなさい。　【各5点×3】
(1) 左端と右端に大人が並ぶ確率を求めなさい。
(2) 大人4人が隣りどうしになる確率を求めなさい。
(3) どの大人も隣りどうしにならない確率を求めなさい。

(1) 大人と子供は合わせて8人だから，並び方は，全部で${}_8P_8$通り。
このうち，左端と右端に大人が並ぶ並び方は，その左端と右端に並ぶ大人が${}_4P_2$通りで，残りの部分の並び方が${}_6P_6$通り。
求める確率は，
$\frac{{}_4P_2\times{}_6P_6}{{}_8P_8}=\frac{4\cdot3\times6!}{8!}=\frac{4\cdot3}{8\cdot7}=\frac{3}{14}$　……答

(2) 隣りどうしの大人4人をひとまとめにする。
このひとまとめにした大人と子供4人の並び方は${}_5P_5$通り。
また，ひとまとめにした大人4人の並び方は${}_4P_4$通り。
求める確率は，
$\frac{{}_5P_5\times{}_4P_4}{{}_8P_8}=\frac{5!\times4!}{8!}=\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{8\cdot7\cdot6}=\frac{1}{14}$　……答

(3) どの大人も隣りどうしにならないのは，まず子供4人が並び，下の図のア～オのどこかに1人ずつ大人が入るときである。

　子供　子供　子供　子供
ア　イ　ウ　エ　オ

子供4人の並び方は，${}_4P_4$通り。
大人4人の並び方は，${}_5P_4$通り。
求める確率は，
$\frac{{}_4P_4\times{}_5P_4}{{}_8P_8}=\frac{4!\times5\cdot4\cdot3\cdot2}{8!}=\frac{1}{14}$　……答

小計　/15

学習日　　月　　日

17 場合の数と確率
独立な試行の確率①

学習の目標
❶ 独立な試行の確率について，理解しよう。
❷ 試行が独立かどうかを判断し，独立な試行の確率を計算できるようにしよう。

Q1 A，Bの2人がボールを的に向けて投げるとき，的に命中する確率は，Aが$\frac{3}{4}$，Bが$\frac{5}{8}$である。A，Bが2人とも的に命中させる確率を求めなさい。

独立な試行の確率
いくつかの試行において，どの試行の結果も他の試行の結果に影響を与えないとき，これらの試行は**独立**であるという。
2つの試行SとTが独立であるとき，試行Sで事象Aが起こり，かつ試行Tで事象Bが起こる確率pは，
$p=P(A)\times P(B)$

考え方
例えば，的がふうせんのような場合は，一度，的に当たってふうせんが破れつすると，次の試行に影響を与えるが，ここではそのようなことはなく，独立な試行であると考えてよいから，積を計算する。

答案
Aが的に命中させるという事象をAとすると，$P(A)=\frac{3}{4}$
Bが的に命中させるという事象をBとすると，$P(B)=\frac{5}{8}$
AとBが的に投げるという試行は独立だから，求める確率は，
$P(A)\times P(B)=\frac{3}{4}\times\frac{5}{8}=\frac{15}{32}$　……答

Q2 2個のさいころを同時に投げるとき，2個とも5以上の目が出る確率を求めなさい。

独立な試行の確率の利用
2つの試行が独立であるとき，それぞれの事象が同時に起こる場合（積事象）を調べるよりも，独立な試行の確率の性質を利用して，それぞれの確率の積を計算する方が計算が簡単になる。
（例）2個のさいころを同時に投げるとき，2個とも2以上の目が出る確率。
積事象を利用する解法
2個の目の出方は，全部で6×6通り。
このうち，2個とも2以上の目が出るのは，右の表の○をつけた5×5通り。
求める確率は，$\frac{5\times5}{6\times6}=\frac{25}{36}$
独立な試行の確率を利用する解法
1個のさいころで，2以上の目が出る確率は$\frac{5}{6}$
求める確率は，$\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$

	1	2	3	4	5	6
1						
2		○	○	○	○	○
3		○	○	○	○	○
4		○	○	○	○	○
5		○	○	○	○	○
6		○	○	○	○	○

考え方
さいころを投げるという試行は独立であるから，1個のさいころを投げて5以上の目が出る確率を求め，その積を計算する。

答案
さいころを投げるという試行は独立である。
1個のさいころを投げるとき，5以上の目が出るのは，5，6の場合だから，その確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
求める確率は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$　……答

Q1〈独立な試行の確率〉について，まとめよう。

まとめ
■ いくつかの試行において，どの試行の結果も他の試行の結果に影響を与えないとき，これらの試行は$\boxed{独立}$であるという。
2つの試行SとTが独立であるとき，試行Sで事象Aが起こりかつ試行Tで事象Bが起こる確率pは，
$p=\boxed{P(A)}\times\boxed{P(B)}$

確認問題
2つの袋A，Bにそれぞれ赤玉と白玉が何個かずつ入っている。それぞれの袋から玉を1個ずつ取り出すとき，袋Aから赤玉を取り出す確率は$\frac{1}{5}$，袋Bから赤玉を取り出す確率は$\frac{3}{8}$である。このとき，どちらの袋からも赤玉を取り出す確率を求めなさい。

袋Aと袋Bから玉を1個ずつ取り出すという試行は$\boxed{独立}$である。
袋Aから赤玉を取り出すという事象をAとすると，$P(A)=\boxed{\frac{1}{5}}$
袋Bから赤玉を取り出すという事象をBとすると，$P(B)=\boxed{\frac{3}{8}}$
求める確率は，
$P(A)\times\boxed{P(B)}=\boxed{\frac{1}{5}}\times\boxed{\frac{3}{8}}$
$=\boxed{\frac{3}{40}}$

Q2〈独立な試行の確率の利用〉について，まとめよう。

まとめ
■ 独立な試行の確率を求める場合，それぞれの事象の積事象を調べるよりも，$\boxed{独立な}$試行の確率の性質を利用する方が計算が簡単になる。

確認問題
2個のさいころを同時に投げるとき，2個とも奇数の目が出る確率を求めなさい。

さいころを投げるという試行は独立である。
1個のさいころを投げるとき，奇数の目が出るのは，$\boxed{1,\ 3,\ 5}$の$\boxed{3}$通り。
その確率は，$\boxed{\frac{3}{6}}=\boxed{\frac{1}{2}}$
2個とも奇数の目が出る確率は，
$\boxed{\frac{1}{2}}\times\boxed{\frac{1}{2}}=\boxed{\frac{1}{4}}$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。　→Q1

★(1) A，Bの2人がバスケットボールのフリースローをするとき，成功する確率はAが$\frac{3}{4}$，Bが$\frac{5}{6}$である。このとき，2人とも成功する確率を求めなさい。
Aが成功するという事象をA，Bが成功するという事象をBとすると，$P(A)=\frac{3}{4}$，$P(B)=\frac{5}{6}$
AとBがフリースローをするという試行は独立である。
求める確率は，$P(A)\times P(B)=\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{8}$　……答

(2) 2つの袋A，Bがあり，袋Aには7本の当たりくじを含む100本のくじが入っていて，袋Bには4本の当たりくじを含む50本のくじが入っている。それぞれの袋から1本ずつくじを引くとき，両方が当たる確率を求めなさい。
袋Aのくじが当たるという事象をA，袋Bのくじが当たるという事象をBとすると，
$P(A)=\frac{7}{100}$，$P(B)=\frac{4}{50}$
袋A，袋Bのくじを引くという試行は独立である。
求める確率は，$P(A)\times P(B)=\frac{7}{100}\times\frac{4}{50}=\frac{7}{1250}$　……答

2 次の問いに答えなさい。　→Q2

★(1) 1組のトランプのうち，ハート13枚とダイヤ13枚を別々に取り出した。このとき，ハートから1枚，ダイヤから1枚引くとき，どちらの札も絵札（J，Q，K）である確率を求めなさい。
13枚のうち，絵札は3枚あるから，13枚から1枚引くとき，それが絵札である確率は$\frac{3}{13}$
ハート，ダイヤの札を引くという試行は独立である。
求める確率は，$\frac{3}{13}\times\frac{3}{13}=\frac{9}{169}$　……答

(2) 1個のさいころを続けて2回投げるとき，1回目に素数の目が出て，2回目に3の倍数の目が出る確率を求めなさい。
さいころを投げるという試行は独立である。
さいころの目の数のうち，素数は2，3，5だから，素数の目が出る確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
3の倍数は3，6だから，3の倍数が出る確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
求める確率は，$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$　……答

3 A班は男子2人と女子5人，B班は男子3人と女子4人である。A班，B班からそれぞれくじで代表を2人ずつ選ぶとき，A班，B班からともに男子2人を選ぶ確率を求めなさい。
A班，B班からそれぞれ代表を2人選ぶという試行は独立である。
A班から男子2人を選ぶ確率は$\frac{{}_2C_2}{{}_7C_2}$，B班から男子2人を選ぶ確率は$\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}$
求める確率は，$\frac{{}_2C_2}{{}_7C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\frac{1}{21}\times\frac{3}{21}=\frac{1}{147}$　……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
(1) 2つの試行S，Tが独立であるとき，試行Sで事象Aが起こり，試行Tで事象Bが起こる確率は，
$\boxed{P(A)}\times\boxed{P(B)}$
(2) 例えば，2個のさいころを同時に投げるとき，2個とも3の倍数の目が出る確率を求めるには，次のような方法がある。
[1] 積事象の場合の数を調べて計算する。
2個とも3の倍数の目であるのは，$\boxed{2}\times\boxed{2}$通り
求める確率は，$\frac{\boxed{2}\times\boxed{2}}{6\times6}=\boxed{\frac{1}{9}}$
[2] 独立な試行の確率として求める。
1個のさいころで，3の倍数の目が出る確率は，$\frac{\boxed{2}}{6}=\boxed{\frac{1}{3}}$
求める確率は，$\boxed{\frac{1}{3}}\times\boxed{\frac{1}{3}}=\boxed{\frac{1}{9}}$

1 2種類のくじA，Bがあり，くじAの当たる確率は$\frac{1}{4}$，くじBの当たる確率は$\frac{2}{5}$である。くじA，Bから1本ずつ引くとき，ともに当たる確率を求めなさい。
2種類のくじを引くという試行は独立である。
くじAが当たるという事象をA，くじBが当たるという事象をBとすると，
$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{2}{5}$
求める確率は，$P(A)\times P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$　……答

2 2個のさいころA，Bを同時に投げるとき，さいころA，Bの目の数がともに1または6である確率を求めなさい。
さいころを投げるという試行は独立である。
1個のさいころの目の数が1または6である確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
求める確率は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$　……答

★自分でチェックしてみよう★　●独立な試行の確率①

項目	1回目（ / ）	2回目（ / ）	3回目（ / ）	ここに戻る
独立な試行の確率について理解し，それを活用できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
確率を，独立な試行として求める場合の利点を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ