12 数と式 実数

基本 **Q1** (1) $\frac{13}{37}$ を循環小数で表しなさい。　(2) $0.\dot{4}\dot{2}$ を分数で表しなさい。

実数

整数 m と正の整数 n を用いて分数 $\frac{m}{n}$ の形で表される数を**有理数**という。有理数には，整数，小数第何位かで終わる**有限小数**，ある位以下では数字の同じ並びが繰り返される**循環小数**がある。
有理数でない数を**無理数**といい，有理数と無理数を合わせて**実数**という。無理数は循環せずに無限に続く小数である。循環小数や無理数を合わせて，**無限小数**という。

実数 ｛ 有理数 ｛ 整数（自然数，0，負の整数） / 有限小数 / 循環小数 ｝ ／ 無理数（循環しない無限小数） ｝ 無限小数（循環小数・無理数）

考え方

(1) 13÷37 を計算する。
(2) $x=0.424242\cdots\cdots$ とおくと，$100x=42.4242\cdots\cdots$，$100x$ と x の小数部分は同じだから，辺々引くと循環する部分が消える。

答案

(1) $13\div37=0.351351351\cdots\cdots$
$\frac{13}{37}=0.\dot{3}5\dot{1}$ ……答
※ 循環小数は，繰り返す並びの始めと終わりの数字の上に・を打って表す。

(2) $x=0.424242\cdots\cdots$ とおくと，
$100x=42.4242\cdots\cdots$ となるから，

$$\begin{array}{rl} 100x= & 42.4242\cdots\cdots \\ -)\quad x= & 0.4242\cdots\cdots \\ \hline 99x= & 42 \end{array}$$

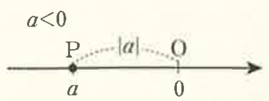
$x=\frac{42}{99}=\frac{14}{33}$

よって，$0.\dot{4}\dot{2}=\frac{14}{33}$ ……答

基本 **Q2** 次の値を求めなさい。
(1) $|3|$　(2) $|-5|$　(3) $|4-6|$

絶対値

直線上に基準となる点Oをとって数0を対応させ，その点の左右に目もりをつけた直線を**数直線**という。
点Oを**原点**という。数直線上では，1つの実数に1つの点が対応している。
数直線上で，点Pに実数 a が対応しているとき，a を点Pの**座標**といい，
座標が a である点Pを **P(a)** と表す。
原点Oと点P(a) の距離を実数 a の**絶対値**といい，記号 $|a|$ で表す。

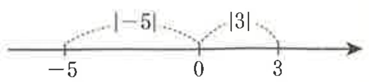


考え方

(1) 原点Oと点P(3) の距離
(2) 原点Oと点P(−5) の距離
(3) 絶対値記号の中が計算できるときは，はじめに計算する。

答案

(1) $|3|=3$ ……答
(2) $|-5|=5$ ……答
(3) $|4-6|=|-2|=2$ ……答



学習の目標

❶ 有理数，無理数，実数について理解し，分数⇄循環小数の変形ができるようになろう。
❷ 絶対値の意味と記号を理解し，使えるようになろう。

Q1 〈実数〉について，まとめよう。

まとめ

■ 整数 m と正の整数 n を用いて分数 $\frac{m}{n}$ の形で表される数を ＿＿ という。
有理数には，整数，小数第何位かで終わる ＿＿，ある位以下では数字の同じ並びが繰り返される ＿＿ がある。
有理数でない数を ＿＿ といい，有理数と無理数を合わせて ＿＿ という。

確認問題

□□□ (1) $\frac{5}{12}$ を循環小数で表しなさい。　□□□ (2) $0.\dot{3}7\dot{8}$ を分数で表しなさい。

(1) $\frac{5}{12}=$ ＿＿ $=$ ＿＿

(2) $x=0.378378\cdots\cdots$ とおくと，

＿＿ $x=$ ＿＿
$-)$　$x=$　$0.378\cdots\cdots$
＿＿ $x=$ ＿＿

$x=\frac{＿＿}{＿＿}=$ ＿＿　　$0.\dot{3}7\dot{8}=$ ＿＿

Q2 〈絶対値〉について，まとめよう。

まとめ

■ 直線上に基準となる点Oをとって数0を対応させ，その左右に目もりをつけた直線を ＿＿ といい，点Oを ＿＿ という。数直線上で，点Pに実数 a が対応しているとき，a を点Pの ＿＿ といい，点Pを ＿＿ と表す。
原点Oと点P(a) の距離を実数 a の ＿＿ といい，記号 ＿＿ で表す。

確認問題

● 次の値を求めなさい。
□□□ (1) $|9|$　□□□ (2) $|-6|$　□□□ (3) $|1-8|$

(1) $|9|=$ ＿＿　(2) $|-6|=$ ＿＿　(3) $|1-8|=$ ＿＿ $=$ ＿＿

演習問題

1 次の問いに答えなさい。 → Q1

□□□(1) 次の有理数を小数の形で表しなさい。また，有限小数か循環小数かを答えなさい。

✹□□□① $\frac{7}{6}$　　✹□□□② $\frac{5}{8}$　　□□□③ $\frac{25}{11}$

✹□□□④ $\frac{9}{20}$　　✹□□□⑤ $\frac{4}{27}$　　□□□⑥ $\frac{31}{90}$

□□□(2) 次の循環小数を x とおき，$10x$ や $100x$，$1000x$ を考えて，分数で表しなさい。

✹□□□① $0.\dot{6}$　　✹□□□② $0.\dot{6}\dot{3}$　　□□□③ $0.\dot{2}0\dot{4}$

2 次の値を求めなさい。 → Q2

✹□□□(1) $|4.8|$　　✹□□□(2) $|-8|$　　□□□(3) $|-21+12|$

3 a の値の範囲が次のようなとき，$|a+4|$ を絶対値の記号を使わずに表しなさい。

□□□(1) $a \geqq -4$　　□□□(2) $a < -4$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) □の形に表される数 → 整数（□，0，負の整数）

□｛□｛有限小数，□｝，□（□しない無限小数）｝□

□□□(2) 数直線上の□Oと点P(a)の距離を実数 a の□といい，記号□で表す。

a を点Pの□という。

1 次の分数は循環小数で，循環小数は分数で表しなさい。

□□□(1) $\frac{7}{15}$　　□□□(2) $\frac{25}{33}$

□□□(3) $0.\dot{1}\dot{8}$　　□□□(4) $0.\dot{2}2\dot{5}$

2 次の値を求めなさい。

□□□(1) $|4|$　　□□□(2) $|-10|$　　□□□(3) $|3-11|$

★自分でチェックしてみよう★　●実数

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
有理数の意味を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
分数を循環小数で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
循環小数を分数で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
絶対値の記号を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

13 数と式 平方根

基本 Q1

次の値を求めなさい。

(1) $(\sqrt{5})^2$　(2) $(-\sqrt{5})^2$　(3) $\sqrt{(-5)^2}$

平方根の性質

ある数を2乗して a になるとき，その数を a の**平方根**という。$x^2=a$ となる x が a の平方根である。
正の数 a の平方根は2つあり，それらは絶対値が等しく符号が異なる。
その正の平方根を $\sqrt{a}$，負の平方根を $-\sqrt{a}$ と表す。$\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ をまとめて $\pm\sqrt{a}$ と書く。
$\sqrt{\ }$ を**根号**，$\pm$ を**複号**という。
平方根の性質　a が正の数のとき，$(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$　$\sqrt{a^2}=a$

考え方

(1)(2) $\sqrt{5}$，$-\sqrt{5}$ は5の平方根であり，2乗すると5になる数である。
(3) $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{5^2}$

答案

(1) $(\sqrt{5})^2=5$ ……答
(2) $(-\sqrt{5})^2=5$ ……答
(3) $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{5^2}$
$=5$ ……答

基本 Q2

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\sqrt{15}$　(2) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$　(3) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}$

平方根の積と商

a，b が正の数のとき，$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$
a，k が正の数のとき，$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$

考え方

(1) $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ で，$a=6$，$b=15$ である。
$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$ を用いて，根号内を簡単にする。
(2) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ で，$a=12$，$b=3$ である。
(3) まず，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ の形に直す。

答案

(1) $\sqrt{6}\sqrt{15}$
$=\sqrt{6\cdot 15}$
$=\sqrt{3^2\cdot 2\cdot 5}$
$=3\sqrt{10}$ ……答

(2) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{\dfrac{12}{3}}$
$=\sqrt{4}$
$=2$ ……答

(3) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}$
$=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$
$=\sqrt{\dfrac{21}{7}}$
$=\sqrt{3}$ ……答

学習日　月　日

学習の目標

❶ 平方根の意味，性質について理解しよう。
❷ 平方根の積，商の計算や，$\sqrt{k^2a}\rightleftarrows k\sqrt{a}$ の変形ができるようになろう。

Q1 〈平方根の性質〉について，まとめよう。

まとめ

■ ある数を2乗して a になるとき，その数を a の□という。
正の数 a の平方根は2つあり，それらは□が等しく□が異なる。
その正の平方根を□，負の平方根を□と表す。$\sqrt{\ }$ を□という。

平方根の性質

a が正の数のとき，$(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=$ □　$\sqrt{a^2}=$ □

確認問題

● 次の値を求めなさい。

□□□(1) $(\sqrt{7})^2$　□□□(2) $(-\sqrt{7})^2$　□□□(3) $\sqrt{(-7)^2}$

(1) $(\sqrt{7})^2=$ □　(2) $(-\sqrt{7})^2=$ □　(3) $\sqrt{(-7)^2}=$ □

Q2 〈平方根の積と商〉について，まとめよう。

まとめ

■ 平方根の積と商について，次のことが成り立つ。
a，b が正の数のとき，$\sqrt{a}\sqrt{b}=$ □　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$ □
a，k が正の数のとき，$\sqrt{k^2a}=$ □

確認問題

● 次の計算をしなさい。

□□□(1) $\sqrt{10}\sqrt{14}$　□□□(2) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$　□□□(3) $2\sqrt{15}\div\sqrt{5}$

(1) $\sqrt{10}\sqrt{14}$
$=\sqrt{\square}$
$=\square$

(2) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{\dfrac{\square}{\square}}$
$=\sqrt{\square}$
$=\square$

(3) $2\sqrt{15}\div\sqrt{5}=\dfrac{2\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$
$=2\sqrt{\dfrac{\square}{\square}}$
$=\square$

演習問題

1 次の値を求めなさい。 → Q1

□□□(1) $-\sqrt{\dfrac{25}{36}}$　□□□(2) $\sqrt{0.16}$　＊□□□(3) $(\sqrt{17})^2$

＊□□□(4) $(-\sqrt{23})^2$　＊□□□(5) $\sqrt{\left(\dfrac{2}{7}\right)^2}$　□□□(6) $\sqrt{(-9)^2}$

2 次の問いに答えなさい。 → Q2

□□□(1) 次の数を$\sqrt{a}$の形に表しなさい。

＊□□□① $5\sqrt{2}$　□□□② $4\sqrt{6}$　□□□③ $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$

□□□(2) 次の数を$k\sqrt{a}$の形に表しなさい。

＊□□□① $\sqrt{98}$　□□□② $\sqrt{375}$　□□□③ $\sqrt{504}$

□□□(3) 次の計算をしなさい。

＊□□□① $\sqrt{8}\sqrt{2}$　□□□② $\dfrac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$　□□□③ $\dfrac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}}$

3 次の x の値に対して，$\sqrt{(1-x)^2}$の値をそれぞれ求めなさい。

□□□(1) $x=8$　□□□(2) $x=-5$　□□□(3) $x=\sqrt{3}$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) ある数を2乗して a になるとき，その数を a の［　　］という。

$a>0$ のとき，a の平方根は正負の2つあり，正の方を［　　］，負の方を［　　］と書く。

平方根の性質　a が正の数のとき，$(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=$［　　］　$\sqrt{a^2}=$［　　］

□□□(2) a，b が正の数のとき，$\sqrt{a}\sqrt{b}=$［　　］　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$［　　］

a，k が正の数のとき，$\sqrt{k^2a}=$［　　］

1 次の値を求めなさい。

□□□(1) $(\sqrt{8})^2$　□□□(2) $(-\sqrt{12})^2$　□□□(3) $\sqrt{15^2}$

2 次の問いに答えなさい。

□□□(1) $3\sqrt{10}$を$\sqrt{a}$の形に表しなさい。　□□□(2) $\sqrt{32}$を $k\sqrt{a}$の形に表しなさい。

□□□(3) 次の計算をしなさい。

□□□① $\sqrt{7}\sqrt{5}$　□□□② $\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$

★自分でチェックしてみよう★　●平方根

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
平方根の性質を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
平方根の積が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
平方根の商が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
$\sqrt{k^2a}$の変形ができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

14 数と式
根号を含む式の計算

基本 Q1

次の計算をしなさい。

(1) $2\sqrt{7}+5\sqrt{7}-3\sqrt{7}$　　(2) $4\sqrt{5}-\sqrt{20}+\sqrt{45}$

根号を含む式の加法，減法

根号を含む式の加法，減法は，$\sqrt{}$ の中が同じ数どうしは同じ文字のように考えて，同類項をまとめるのと同じ要領で計算することができる。

$m\sqrt{a}+n\sqrt{a}$
$=(m+n)\sqrt{a}$

$\sqrt{m^2a}+\sqrt{n^2a}$
$=m\sqrt{a}+n\sqrt{a}$
$=(m+n)\sqrt{a}$

考え方

(1) 根号の中の数が同じ。
$2a+5a-3a$ と同様に計算する。

(2) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$
$\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$
根号の中の数が同じになる。

答案

(1) $2\sqrt{7}+5\sqrt{7}-3\sqrt{7}$
$=(2+5-3)\sqrt{7}$
$=4\sqrt{7}$ ……答

(2) $4\sqrt{5}-\sqrt{20}+\sqrt{45}$
$=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$
$=(4-2+3)\sqrt{5}$
$=5\sqrt{5}$ ……答

基本 Q2

次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2$　　(2) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$　　(3) $(\sqrt{5}+3\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

根号を含む式の展開

根号を含む式の乗法は，分配法則や展開の公式を利用して計算することができる。

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$
$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a+b-2\sqrt{ab}$
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$
$(\sqrt{a}+c\sqrt{b})(\sqrt{a}+d\sqrt{b})=a+bcd+(c+d)\sqrt{ab}$

展開の公式 P.24 Q1 Q2

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

考え方

(1) $(a-b)^2$ の展開で，
$a=\sqrt{7}$，$b=\sqrt{2}$ の場合である。

(2) $(a+b)(a-b)$ の展開で，
$a=\sqrt{7}$，$b=\sqrt{3}$ の場合である。

(3) $(x+a)(x+b)$ の展開で，
$x=\sqrt{5}$，$a=3\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$
の場合である。

答案

(1) $(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2$
$=(\sqrt{7})^2-2\sqrt{7}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$
$=7-2\sqrt{14}+2$
$=9-2\sqrt{14}$ ……答

(2) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$
$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2$
$=7-3$
$=4$ ……答

(3) $(\sqrt{5}+3\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2+(3\sqrt{2}-\sqrt{2})\sqrt{5}-3\sqrt{2}\sqrt{2}$
$=5+2\sqrt{2}\sqrt{5}-6$
$=-1+2\sqrt{10}$ ……答

学習の目標

❶ 平方根を含む式の加法，減法ができるようになろう。
❷ 平方根を含む式の乗法に，分配法則や展開の公式を利用しよう。

Q1 〈根号を含む式の加法，減法〉について，まとめよう。

まとめ

■ $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}$
$=(\square)\sqrt{a}$

$\sqrt{m^2a}+\sqrt{n^2a}$
$=\square\sqrt{a}+\square\sqrt{a}$
$=(\square)\sqrt{a}$

確認問題

● 次の計算をしなさい。

(1) $3\sqrt{10}-5\sqrt{10}+4\sqrt{10}$　　(2) $\sqrt{24}-\sqrt{54}+6\sqrt{6}$

(1) $3\sqrt{10}-5\sqrt{10}+4\sqrt{10}$
$=(\square)\sqrt{10}$
$=\square$

(2) $\sqrt{24}-\sqrt{54}+6\sqrt{6}$
$=\square\sqrt{6}-\square\sqrt{6}+6\sqrt{6}$
$=(\square)\sqrt{6}$
$=\square$

Q2 〈根号を含む式の展開〉について，まとめよう。

まとめ

■ $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$
$=\square$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$
$=\square$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$
$=\square$

確認問題

● 次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{5}-2)^2$　　(2) $(\sqrt{11}+\sqrt{6})(\sqrt{11}-\sqrt{6})$

(3) $(\sqrt{7}+4\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$

(1) $(\sqrt{5}-2)^2$
$=(\sqrt{5})^2-2\cdot\square+2^2$
$=5-\square+4$
$=\square$

(2) $(\sqrt{11}+\sqrt{6})(\sqrt{11}-\sqrt{6})$
$=(\square)^2-(\square)^2$
$=\square-\square$
$=\square$

(3) $(\sqrt{7}+4\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})=(\sqrt{7})^2+(\square)\sqrt{7}-4\sqrt{3}\sqrt{3}$
$=7+\square\sqrt{7}-\square$
$=\square$

演習問題

1 次の計算をしなさい。 → Q1

(1) $5\sqrt{7}-4\sqrt{7}+3\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{50}-3\sqrt{32}+2\sqrt{18}$

(3) $(\sqrt{48}-\sqrt{5})-(2\sqrt{3}-\sqrt{80})$

(4) $(\sqrt{96}+\sqrt{90})-(3\sqrt{6}-2\sqrt{10})$

2 次の計算をしなさい。 → Q2

(1) $(\sqrt{3}+2\sqrt{2})^2$

(2) $(\sqrt{10}-\sqrt{5})^2$

(3) $(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)$

(4) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+3\sqrt{3})$

(5) $(\sqrt{6}+3)(4\sqrt{6}-5)$

(6) $(\sqrt{7}-2\sqrt{2})(3\sqrt{7}+\sqrt{2})$

3 $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1) $x+y$

(2) xy

(3) x^2+y^2

(4) x^2-y^2

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=$ □

(2) $\sqrt{m^2a}+\sqrt{n^2a}=$ □

(3) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=$ □

(4) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=$ □

1 次の計算をしなさい。

(1) $2\sqrt{6}-6\sqrt{6}+7\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{8}-\sqrt{18}+5\sqrt{2}$

2 次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

(2) $(\sqrt{6}-1)^2$

(3) $(\sqrt{13}-\sqrt{7})(\sqrt{13}+\sqrt{7})$

(4) $(\sqrt{10}-\sqrt{3})(\sqrt{10}+2\sqrt{3})$

★自分でチェックしてみよう★　●根号を含む式の計算

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
根号を含む式の加法，減法を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
根号を含む式の乗法，展開の公式の利用を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

15 数と式
分母の有理化

基本 Q1 (1) $\frac{9}{2\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。　(2) $\sqrt{40}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ を計算しなさい。

分母の有理化(1)

分母に根号がある数を，分母に根号がない形にすることを，分母を**有理化**するという。

$\frac{○}{\sqrt{a}}$ や $\frac{○}{k\sqrt{a}}$ の形の分数では，分母と分子にそれぞれ$\sqrt{a}$を掛けると，分母を有理化することができる。

考え方

(1) 分母が$2\sqrt{3}$だから，分母と分子にそれぞれ$\sqrt{3}$を掛ける。$2\sqrt{3}$を掛ける必要はない。

(2) 分母に根号がある分数を含む式の計算では，まず分母を有理化する。

答案

(1) $\frac{9}{2\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{2\cdot 3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ……答

(2) $\sqrt{40}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{10}-\frac{\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=2\sqrt{10}-\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{9\sqrt{10}}{5}$ ……答

重要 Q2 (1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。　(2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\sqrt{27}$ を計算しなさい。

分母の有理化(2)

分母が$\sqrt{a}+\sqrt{b}$のときは，分母と分子にそれぞれ$\sqrt{a}-\sqrt{b}$を掛ける。

分母が$\sqrt{a}-\sqrt{b}$のときは，分母と分子にそれぞれ$\sqrt{a}+\sqrt{b}$を掛ける。

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

P.60 Q2

考え方

(1) 分母が$\sqrt{5}+\sqrt{3}$だから，分母と分子に$\sqrt{5}-\sqrt{3}$を掛ける。$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$は，和と差の積の展開の公式を利用して求めることができる。

(2) 分母に根号がある分数を含む式の計算では，まず分母を有理化する。分母と分子にそれぞれ$\sqrt{3}+\sqrt{2}$を掛ける。

答案

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\frac{\sqrt{2}\sqrt{5}-\sqrt{2}\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$ ……答

(2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\sqrt{27}$

$=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}-3\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{6}\sqrt{3}+\sqrt{6}\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}-3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ……答

学習の目標

❶ 有理化の意味を理解し，分母を有理化してみよう。

❷ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$，$\sqrt{a}-\sqrt{b}$の形をした分母の有理化ができるようになろう。

Q1 〈分母の有理化(1)〉について，まとめよう。

まとめ

■ 分母に根号がある数を，分母に根号がない形にすることを，分母を$\square$するという。

分母が$k\sqrt{a}$のときは，分母と分子にそれぞれ$\square$を掛ける。

確認問題

□□□(1) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$の分母を有理化しなさい。　□□□(2) $\sqrt{24}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$を計算しなさい。

(1) $\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{4\square}{3\sqrt{2}\square}$

$=\frac{\square}{3\cdot\square}$

$=\square$

(2) $\sqrt{24}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}\square}{\sqrt{3}\square}$

$=2\sqrt{6}-\frac{\square}{\square}$

$=\square$

Q2 〈分母の有理化(2)〉について，まとめよう。

まとめ

■ 分母が$\sqrt{a}+\sqrt{b}$のときは，分母と分子にそれぞれ$\square$を掛ける。

分母が$\sqrt{a}-\sqrt{b}$のときは，分母と分子にそれぞれ$\square$を掛ける。

確認問題

□□□(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-1}$の分母を有理化しなさい。　□□□(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt{40}$を計算しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-1}$

$=\frac{\sqrt{3}(\square)}{(\sqrt{6}-1)(\square)}$

$=\frac{\sqrt{3}\square+\square}{(\square)^2-\square^2}$

$=\square$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt{40}$

$=\frac{\sqrt{5}(\square)}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\square)}+2\sqrt{10}$

$=\frac{\sqrt{5}\square-\sqrt{5}\square}{(\square)^2-(\square)^2}+2\sqrt{10}$

$=\square-\square+2\sqrt{10}$

$=\square$

演習問題

1 次の(1), (2)の数の分母を有理化しなさい。また, (3), (4)の計算をしなさい。 → Q1

(1) $\dfrac{3}{2\sqrt{6}}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$

(3) $\dfrac{2}{\sqrt{10}}-\dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$　　(4) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{12}}-\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{18}}$

2 次の(1), (2)の数の分母を有理化しなさい。また, (3), (4)の計算をしなさい。 → Q2

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

(3) $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$　　(4) $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}+\dfrac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

3 次の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{12}}+\dfrac{1}{\sqrt{27}}$　　(2) $\dfrac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 分母に根号がある数を，分母に根号がない形にすることを，分母を $\boxed{}$ するという。

分母が $k\sqrt{a}$ のときは，分母と分子にそれぞれ $\boxed{}$ を掛ける。

(2) 分母が $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ のときは，分母と分子にそれぞれ $\boxed{}$ を掛ける。

分母が $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ のときは，分母と分子にそれぞれ $\boxed{}$ を掛ける。

1 次の(1)の数の分母を有理化しなさい。また，(2)の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{10}{3\sqrt{5}}$　　(2) $\sqrt{60}-\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

2 次の(1)の数の分母を有理化しなさい。また，(2)の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}-2}$　　(2) $\sqrt{12}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

★自分でチェックしてみよう★　●分母の有理化

項　目	1回目(　/　)	2回目(　/　)	3回目(　/　)	ここに戻る
$k\sqrt{a}$ の形の分母の有理化を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
$\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ の形の分母の有理化を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

TEST 2

■定期試験対策

実　数

学習日　　月　　日

1 次の問いに答えなさい。

【各4点×5】

(1) $\frac{2}{7}$を循環小数で表しなさい。

(2) $|\sqrt{6}-5|+|\sqrt{6}+3|$を計算しなさい。

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}-1)^2+(1+2\sqrt{3})(1-2\sqrt{3})$を計算しなさい。

(4) $a=2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$，$b=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$のとき，a^2b+ab^2の値を求めなさい。

(5) $\sqrt{6}=2.4495$のとき，$\sqrt{\frac{2}{3}}$の値を求めなさい。

小計　／20

到達目標

❶実数のしくみを理解し，分数と循環小数との変形ができる。

❷平方根の積，商や有理化を活用して，根号を含む式の四則計算ができる。

得点　／100

2 次の問いに答えなさい。

【各4点×5】

(1) 次の計算をしなさい。結果は循環小数で表しなさい。

① $1.\dot{5}-0.\dot{6}\dot{5}$

② $0.\dot{7}\times0.\dot{5}\dot{4}$

(2) $\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2$を計算しなさい。

(3) $x=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$のとき，$x+\frac{1}{x}$の値を求めなさい。

(4) $\sqrt{7}=2.6458$のとき，$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1}$の値を求めなさい。

小計　／20

3 次の計算をしなさい。【各 5 点×3】

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)^2$

(2) $(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-5)$

(3) $(\sqrt{11}-1)(\sqrt{11}+2)(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+4)$

小計 /15

4 $x=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$, $y=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ のとき，次の式の値を求めなさい。【各 5 点×3】

(1) $x+y$

(2) x^2+y^2

(3) $(x-1)(y-1)$

小計 /15

5 次の問いに答えなさい。【各 5 点×3】

(1) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$ を計算しなさい。

(2) (1)を利用して，$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。

(3) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}$ の分母を有理化しなさい。

小計 /15

6 次の問いに答えなさい。【各 5 点×3】

(1) $\sqrt{5}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，a，b の値を求めなさい。

(2) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，a，b の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{10}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$\dfrac{a}{b}$ の整数部分を求めなさい。

小計 /15

16 数と式
方程式とその解

復習 Q1

次の方程式を解きなさい。

(1) $5x-2=2x+7$　　(2) $\frac{1}{3}x+4=\frac{3}{4}x-1$

1次方程式の解法

ある文字のとるべき値を決める条件を表した等式を，その文字についての**方程式**という。
方程式を成り立たせる文字の値を，その方程式の**解**といい，すべての解を求めることを，方程式を**解く**という。
(x の 1 次式)$=0$ の形に表される方程式を x の **1 次方程式**という。**等式の性質**を使って，$ax=b$ の形に整理して解く。移項は，等式の性質 **1**，**2** を使った式の変形である。

等式の性質

1 $A=B$ ならば，$A+C=B+C$
2 $A=B$ ならば，$A-C=B-C$
3 $A=B$ ならば，　$AC=BC$
4 $A=B$ ならば，　$\frac{A}{C}=\frac{B}{C}\ (C \neq 0)$

★ 考え方 ★

(1) -2 を右辺へ，$2x$ を左辺へそれぞれ移項して，$ax=b$ の形に整理する。
(2) 係数に分数を含む方程式は，分母の最小公倍数を掛けて，係数を整数に直してから解く。

答案

(1)
$5x-2=2x+7$
$5x-2x=7+2$
$3x=9$
$x=3$ ……答

(2)
$\frac{1}{3}x+4=\frac{3}{4}x-1$
両辺に 12 を掛けると，
$4x+48=9x-12$
$4x-9x=-12-48$
$-5x=-60$
$x=12$ ……答

復習 Q2

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x+2y=4 & \cdots\cdots① \\ 2x-3y=7 & \cdots\cdots② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x-2y=13 & \cdots\cdots① \\ y=x-5 & \cdots\cdots② \end{cases}$

連立方程式の解法

2 つの文字を含む 1 次方程式を **2 元 1 次方程式**という。
連立 2 元 1 次方程式は，加減法または代入法によって一方の文字を消去し，残りの文字についての 1 次方程式を導いて解く。

★ 考え方 ★

(1) 加減法で解く。
y の係数の絶対値を 6 にそろえ，辺々を加えると y を消去できる。
(2) 代入法で解く。
②を①の y に代入すると，y を消去できて，x についての 1 次方程式が得られる。

答案

(1)
①×3　　$9x+6y=12$
②×2　$+)\ 4x-6y=14$
　　　　$13x\quad=26$
　　　　$x=2$
これを①に代入して，
$6+2y=4$，$y=-1$
よって，
$x=2$，$y=-1$ ……答

(2) ②を①に代入すると，
$3x-2(x-5)=13$
$3x-2x+10=13$
$x=13-10$
$x=3$
これを②に代入して，
$y=-2$
よって，
$x=3$，$y=-2$ ……答

学習日　　月　　日

学習の目標

❶ 1 次方程式と，その解法を復習しよう。
❷ 連立方程式と，その解法を復習しよう。

Q1 〈1 次方程式の解法〉について，まとめよう。

まとめ

■ (x の 1 次式)$=0$ の形に表される方程式を x の $\boxed{\qquad}$ という。
等式の性質を使って，$\boxed{\quad}=\boxed{\quad}$ の形に整理して解く。

確認問題

● 次の方程式を解きなさい。

□□□ (1) $8x+5=6x-5$　　□□□ (2) $\frac{2}{3}x+1=\frac{1}{2}x+2$

(1) $\boxed{\quad}$，$\boxed{\quad}$ を移項すると，
$8x-\boxed{\quad}=-5-\boxed{\quad}$
$\boxed{\quad}x=\boxed{\quad}$
$x=\boxed{\quad}$

(2) 両辺に $\boxed{\quad}$ を掛けると，
$\boxed{\quad}x+6=3x+\boxed{\quad}$
$\boxed{\quad}x-3x=\boxed{\quad}-6$
$x=\boxed{\quad}$

Q2 〈連立方程式の解法〉について，まとめよう。

まとめ

■ 2 つの文字を含む 1 次方程式を $\boxed{\qquad}$ 方程式という。
連立 2 元 1 次方程式は，$\boxed{\quad}$ 法または代入法によって，一方の文字を $\boxed{\quad}$ して解く。

確認問題

● 次の連立方程式を解きなさい。

□□□ (1) $\begin{cases} 3x-4y=11 & \cdots\cdots① \\ 5x+2y=1 & \cdots\cdots② \end{cases}$　　□□□ (2) $\begin{cases} 4x-3y=14 & \cdots\cdots① \\ y=x-3 & \cdots\cdots② \end{cases}$

(1) ①　　$3x-4y=11$
②×2 $+)\ \boxed{\quad}=\boxed{\quad}$
$\boxed{\quad}x=\boxed{\quad}$
$x=\boxed{\quad}$
これを②に代入して，
$\boxed{\quad}+2y=1$
$y=\boxed{\quad}$

(2) ②を①に代入すると，
$4x-3(\boxed{\quad})=14$
$4x-\boxed{\quad}x+\boxed{\quad}=14$
$x=14-\boxed{\quad}$
$x=\boxed{\quad}$
これを②に代入して，
$y=\boxed{\quad}$

演 習 問 題

1 次の方程式を解きなさい。
→ Q1

□□□ (1) $5-7x=13-5x$

□□□ (2) $3x+8=9x+4$

□□□ (3) $\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}=\frac{2}{9}x-\frac{1}{3}$

□□□ (4) $1.3x-8=2.5x+0.4$

2 次の連立方程式を解きなさい。
→ Q2

□□□ (1) $\begin{cases} 3x-2y=14 \\ 2x+3y=-8 \end{cases}$

□□□ (2) $\begin{cases} x=2y-1 \\ 3x-4y=3 \end{cases}$

3 次の連立方程式を解きなさい。

□□□ (1) $\begin{cases} 7x-6y=18 \\ \dfrac{2x-3}{6}=\dfrac{y+2}{4} \end{cases}$

□□□ (2) $\begin{cases} 5x+2y=1 \\ 1.3x+0.6y=0.9 \end{cases}$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□ (1) （x の 1 次式）$=0$ の形に表される方程式を，x の[　　]という。

等式の性質を使って，[　　]＝[　　]の形に整理して解く。

等式の性質　$A=B$ ならば，

$A+C=B+C$　[　　]＝[　　]　[　　]＝[　　]

[　　]＝[　　] $(C \neq 0)$

□□□ (2) 2 つの文字を含む 1 次方程式を[　　]方程式という。

連立 2 元 1 次方程式は，[　　]法または代入法によって，一方の文字を[　　]して解く。

1 次の方程式を解きなさい。

□□□ (1) $5x+9=x-7$

□□□ (2) $\frac{1}{2}x-2=\frac{2}{7}x+1$

2 次の連立方程式を解きなさい。

□□□ (1) $\begin{cases} 2x+5y=11 \\ 5x+2y=-4 \end{cases}$

□□□ (2) $\begin{cases} 2x-3y=17 \\ y=x-7 \end{cases}$

★自分でチェックしてみよう★　●方程式とその解

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
等式の性質を理解した	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q1
1 次方程式が解けた	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q1
2 元 1 次方程式を理解した	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q2
連立方程式が解けた	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q2

先生メモ

17 数と式

不等号と不等式

基本 Q1

次の数量の関係を不等式で表しなさい。

(1) ある数 x の3倍に5を足した数は8以上である。

(2) 1個 x 円の品物4個と300円の品物1個の合計の値段は，800円より高いが1000円より安い。

不等式による表現

数量の間の大小関係を不等号を用いて表した式を**不等式**という。

不等式で使う文字が表す数は，断りがなければ実数の範囲で考えるものとする。

不等号	使い方の例	意味
$<$	$x<2$	x は2より小さい
$>$	$x>0$	x は0より大きい
$\leqq$	$x\leqq 3$	x は3以下
$\geqq$	$x\geqq -1$	x は -1 以上

★ 考え方 ★

(1) x の3倍に5を足した数を式で表し，これが8以上であるから，不等号≧を使って，$\square \geqq 8$ となる。

(2) 合計の値段を式で表し，「より大きい」「より小さい」は，不等号を使って，$800<\square<1000$ となる。

答案

(1) x の3倍に5を足した数は，$3x+5$ と表される。

$3x+5\geqq 8$ ……答

(2) x 円の品物4個と300円の品物1個の合計の値段は，$(4x+300)$ 円と表される。

$800<4x+300<1000$ ……答

基本 Q2

$a>b$ のとき，次の□にあてはまる不等号を答えなさい。

(1) $5a \square 5b$　(2) $-5a \square -5b$　(3) $\dfrac{a}{5} \square \dfrac{b}{5}$　(4) $\dfrac{a}{-5} \square \dfrac{b}{-5}$

不等式の性質

不等式には次のような性質がある。

$A<B$ ならば，$A+C<B+C$

$A<B$ ならば，$A-C<B-C$

$A<B$，$C>0$ ならば，$AC<BC$，$\dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$

$A<B$，$C<0$ ならば，$AC>BC$，$\dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

不等式では，両辺に負の数を掛けたり，両辺を負の数で割ったりすると，両辺の大小関係が入れ替わる。

★ 考え方 ★

不等式 $a<b$ において，

(1) 両辺に5を掛ける。

(2) 両辺に -5（負の数）を掛ける。

(3) 両辺を5で割る。

(4) 両辺を -5（負の数）で割る。

答案

(1) $5a \boxed{>} 5b$

(2) 大小関係が入れ替わるから，$-5a \boxed{<} -5b$

(3) $\dfrac{a}{5} \boxed{>} \dfrac{b}{5}$

(4) 大小関係が入れ替わるから，$\dfrac{a}{-5} \boxed{<} \dfrac{b}{-5}$

学習の目標

❶ 数量の大小関係を，不等号を使って表せるようになろう。

❷ 不等式の性質を理解し，正しい式の変形ができるようになろう。

Q1 〈不等式による表現〉について，まとめよう。

まとめ

■ 数量の間の大小関係を$\square$を用いて表した式を$\square$という。

不等式で使う文字が表す数は，断りがなければ$\square$の範囲で考えるものとする。

確認問題

● 次の数量の関係を不等式で表しなさい。

□□□(1) ある数 x の4倍から7を引いた数は，9より小さい。

□□□(2) 1個150円の品物 x 個と400円の品物1個の合計の値段は，1200円以上1500円以下である。

(1) x の4倍から7を引いた数は，$\square$と表される。

$\square$ 9

(2) 1個150円の品物 x 個と400円の品物1個の合計の値段は，($\square$)円と表される。

1200 $\square$ 1500

Q2 〈不等式の性質〉について，まとめよう。

まとめ

■ 不等式には次のような性質がある。

$A<B$ ならば，$A+C \square B+C$

$A<B$ ならば，$A-C \square B-C$

$A<B$，$C>0$ ならば，$AC \square BC$　$\dfrac{A}{C} \square \dfrac{B}{C}$

$A<B$，$C<0$ ならば，$AC \square BC$　$\dfrac{A}{C} \square \dfrac{B}{C}$

不等式では，両辺に負の数を掛けたり，両辺を負の数で割ったりすると，両辺の$\square$関係が入れ替わる。

確認問題

● $a>b$ のとき，次の□にあてはまる不等号を答えなさい。

□□□(1) $4a \square 4b$　□□□(2) $-4a \square -4b$　□□□(3) $\dfrac{a}{4} \square \dfrac{b}{4}$　□□□(4) $\dfrac{a}{-4} \square \dfrac{b}{-4}$

(1) 正の数を掛ける。　$4a \square 4b$

(2) 負の数を掛ける。　$-4a \square -4b$

(3) 正の数で割る。　$\dfrac{a}{4} \square \dfrac{b}{4}$

(4) 負の数で割る。　$\dfrac{a}{-4} \square \dfrac{b}{-4}$

演習問題

1 次の数量の関係を不等式で表しなさい。 → Q1

★ □□□(1) ある数 x を 3 で割って 5 を引いた数は，10 より小さい。

□□□(2) ある数 x を 8 倍して 7 を足すと，95 以上になる。

★ □□□(3) 1 個 a 円の品物 5 個と 1 個 b 円の品物 2 個の合計の値段は，800 円より高いが 1000 円より安い。

2 $a<b$ のとき，次の□にあてはまる不等号を書きなさい。 → Q2

★ □□□(1) $3a-10$ □ $3b-10$

□□□(2) $-2a+5$ □ $-2b+5$

★ □□□(3) $1-\frac{5}{6}a$ □ $1-\frac{5}{6}b$

□□□(4) $\frac{2}{3}a-7$ □ $\frac{2}{3}b-7$

3 次の□にあてはまる不等号を書きなさい。

□□□(1) $5<a$ ならば，0 □ $a-5$，$5-a$ □ 0

□□□(2) $\frac{1}{3}a \leqq 2$ ならば，a □ 6，$-a$ □ -6

□□□(3) $-4a>12$ ならば，$-a$ □ 3，a □ -3

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) 数量の間の大小関係を □ を用いて表した式を □ という。

□□□(2) 不等式には次のような性質がある。

$A<B$ ならば，$A+C$ □ $B+C$

$A<B$ ならば，$A-C$ □ $B-C$

$A<B$，$C>0$ ならば，AC □ BC　　$\frac{A}{C}$ □ $\frac{B}{C}$

$A<B$，$C<0$ ならば，AC □ BC　　$\frac{A}{C}$ □ $\frac{B}{C}$

不等式では，両辺に □ の数を掛けたり，両辺を □ の数で割ったりすると，両辺の □ 関係が入れ替わる。

1 次の数量の関係を不等式で表しなさい。

□□□(1) ある数 x の 5 倍に 8 を足した数は，20 以上である。

□□□(2) 1 本 x 円の鉛筆 8 本と 120 円の消しゴム 1 個の合計の値段は，500 円より高いが 600 円より安い。

2 $a<b$ のとき，次の□にあてはまる不等号を書きなさい。

□□□(1) $a+8$ □ $b+8$　□□□(2) $a-8$ □ $b-8$　□□□(3) $8a$ □ $8b$

□□□(4) $-8a$ □ $-8b$　□□□(5) $\frac{a}{8}$ □ $\frac{b}{8}$　□□□(6) $\frac{a}{-8}$ □ $\frac{b}{-8}$

★自分でチェックしてみよう★　●不等号と不等式

項目	1回目（ ／ ）	2回目（ ／ ）	3回目（ ／ ）	ここに戻る
大小関係を不等式で表せた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
不等式の性質を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
不等式の変形ができた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

18 数と式 1次不等式の解法

基本 Q1 次の不等式を解きなさい。
(1) $4x-3<5$　　(2) $8-3x \leqq 20$

不等式の性質を利用した不等式の解法

xのとるべき値を決める条件を表した不等式をxについての**不等式**といい，不等式を成り立たせるxの値の範囲を，その不等式の**解**という。不等式の解を求めることを，その不等式を**解く**という。
不等式は，**不等式の性質**を使って解くことができる。 P.76 Q2

考え方
(1) 左辺をxの項だけにする。
→両辺に3を足す。
xの係数を1にする。
→両辺を4で割る。
xの値の範囲が求められる。
(2) 両辺を負の数で割ると，大小関係が入れ替わる。

答案
(1) 両辺に3を足すと，　$4x-3+3<5+3$
$4x<8$
両辺を4で割ると，　$x<2$ ……答
(2) 両辺から8を引くと，$8-3x-8 \leqq 20-8$
$-3x \leqq 12$
両辺を-3で割ると，　$x \geqq -4$ ……答 P.76 Q2

基本 Q2 次の1次不等式を解きなさい。
(1) $3x+4>5x-6$　　(2) $4(2x-3) \leqq 3x-2$　　(3) $\frac{3}{2}x+2>\frac{1}{3}x-5$

不等式の解法

不等式の項を移項して，(xの1次式)>0，(xの1次式)≦0などのような形で表される不等式をxの**1次不等式**という。

1次不等式の解法　不等式を$ax>b$，$ax \leqq b$などの形に整理する。
整理された不等式の両辺をxの係数aで割る。

不等式でも**移項**ができる。
移項すると，符号が変わる。
$4x-3<5$
$4x<5+3$

考え方
(1) 4を右辺に，$5x$を左辺に移項し，$ax>b$の形に整理する。両辺を負の数で割るから，大小関係が入れ替わる。
(2) かっこをはずしてから，移項して整理する。
(3) 分母をはらうために，2と3の最小公倍数6を両辺に掛ける。

答案
(1) 移項すると，　$3x-5x>-6-4$
整理すると，　$-2x>-10$
両辺を-2で割って，　$x<5$ ……答
(2) かっこをはずすと，　$8x-12 \leqq 3x-2$
移項して整理すると，　$5x \leqq 10$
両辺を5で割って，　$x \leqq 2$ ……答
(3) 両辺に6を掛けると，$6\left(\frac{3}{2}x+2\right)>6\left(\frac{1}{3}x-5\right)$
すなわち，　$9x+12>2x-30$
移項して整理すると，　$7x>-42$
両辺を7で割って，　$x>-6$ ……答

学習日　　月　　日

学習の目標
❶ 1次不等式を，不等式の性質を使って解いてみよう。
❷ 1次不等式が解けるようになろう。

Q1 〈不等式の性質を利用した不等式の解法〉について，まとめよう。

まとめ
■ xのとるべき値を決める条件を表した不等式を，xについての□といい，不等式を成り立たせるxの値の範囲を，その不等式の□，すべての解を求めることをその不等式を□という。

確認問題
● 次の不等式を解きなさい。
(1) $6x-7>11$　　(2) $3-5x \geqq 8$

(1) 両辺に□を足すと，
$6x-7+$□$>11+$□
□$x>$□
両辺を□で割ると，□

(2) 両辺から□を引くと，
$3-5x-$□$\geqq 8-$□
□$x \geqq$□
両辺を□で割ると，□

Q2 〈不等式の解法〉について，まとめよう。

まとめ
■ (xの1次式)>0などのような形に表される不等式をxの□という。
$ax>b$，$ax \leqq b$などの形に整理した後，両辺を□で割る。

確認問題
● 次の1次不等式を解きなさい。
(1) $4x-1<7x+5$　　(2) $3(4x+3)<8x-7$　　(3) $\frac{4}{5}x-1 \leqq \frac{1}{2}x+2$

(1) 移項すると，□　整理すると，□
両辺を□で割って，□
(2) かっこをはずすと，□　移項して整理すると，□
両辺を□で割って，□
(3) 両辺に□を掛けると，□$\left(\frac{4}{5}x-1\right) \leqq$□$\left(\frac{1}{2}x+2\right)$
すなわち，□　移項して整理すると，□
両辺を□で割って，□

演習問題

1 不等式を，不等式の性質を使って，次のように解いた。①，②はそれぞれ両辺をどのように変形したか，書きなさい。また，□にあてはまる不等号を書きなさい。 → Q1

★□□□(1) $7x-9>5$

$7x-9+9>5+9$ ①

$7x>14$ ②

よって，x □ 2

□□□(2) $5-2x\geqq-3$

$5-2x-5\geqq-3-5$ ①

$-2x\geqq-8$ ②

よって，x □ 4

2 次の1次不等式を解きなさい。 → Q2

★□□□(1) $3x-7>5-9x$

□□□(2) $3(x-2)>4(2x-9)$

★□□□(3) $\frac{3}{8}x+\frac{2}{3}\leqq\frac{5}{6}x-\frac{1}{4}$

□□□(4) $0.3x-1.6<2-0.6x$

3 次の1次不等式を解きなさい。

□□□(1) $\frac{x+3}{6}-\frac{2(x-4)}{9}\geqq1$

□□□(2) $1.6-0.5(x-2)>2x-4.9$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) xについての不等式を成り立たせるxの値の範囲を，その不等式の□という。

不等式の□を求めることを，その不等式を□という。

□□□(2) 不等式の項を移項して，(xの1次式)>0，(xの1次式)≦0などのような形に表される不等式をxの□という。

$ax<b$，$ax\geqq b$などの形に整理した後，両辺を□で割る。

1 不等式の性質を使って，次の不等式を解きなさい。

□□□(1) $3x-8<7$

□□□(2) $11-4x\geqq35$

2 次の1次不等式を解きなさい。

□□□(1) $4x-7<-x+3$

□□□(2) $2(x+4)<9x-13$

□□□(3) $\frac{3}{4}x-4\geqq\frac{5}{8}x-1$

★自分でチェックしてみよう★ ● 1次不等式の解法

項目	1回目(／)	2回目(／)	3回目(／)	ここに戻る
不等式とその解を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
不等式の性質を利用できた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
1次不等式を理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
1次不等式が解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

19 数と式
連立不等式の解法

基本 Q1

連立不等式 $\begin{cases} 8x-3 \leqq 4x+9 \\ x-7<3(x-1) \end{cases}$ を解きなさい。

共通範囲の求め方

いくつかの不等式を組み合わせたものを**連立不等式**といい，それらの不等式の解に共通する範囲を，この連立不等式の**解**という。また，連立不等式の解を求めることを，連立不等式を**解く**という。

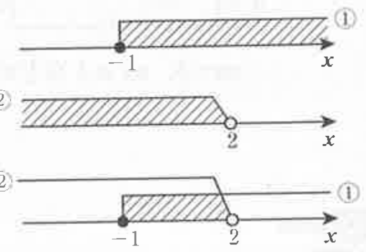
不等式　$x \geqq -1$　……①，　$x<2$　……②の共通範囲

①，②それぞれの x の値の範囲は，[1]，[2] のように図示できる。

①と②の共通範囲は，[3] のように図示し，$-1 \leqq x<2$ と表す。

〈注〉 図の●はその数を含むこと，○はその数を含まないことを示す。

[1]
[2]
[3]

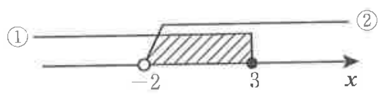


★ 考え方 ★

2つの不等式をそれぞれ解いて，解の共通範囲を求める。数直線を利用する。

答案

$8x-3 \leqq 4x+9$ より，
$4x \leqq 12$
$x \leqq 3$　……①
$x-7<3(x-1)$ より，
$-2x<4$
$x>-2$　……②
①と②の共通範囲を求めて，$-2<x \leqq 3$　……答



基本 Q2

次の連立不等式を解きなさい。

(1)　$-1<x<9-2x$　　　(2)　$-2 \leqq 3x-5<10$

不等式　$A<B<C$

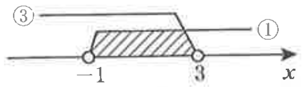
不等式 $A<B<C$ は，連立不等式 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ と同じことである。※ $A<C$ は使ってはいけない。

★ 考え方 ★

(2)　不等式 $A \leqq B<C$ は，
連立不等式 $\begin{cases} A \leqq B \\ B<C \end{cases}$
と同じことである。
また，A と C が定数のときは，2つの不等式に分けないで，そのまま解くことができる。
$A \leqq B<C$ ならば，
$A+D \leqq B+D<C+D$
$\dfrac{A}{D} \leqq \dfrac{B}{D} < \dfrac{C}{D}$ $(D>0)$
負の数を掛けたり，負の数で割ったりするときは，不等号の向きが変わることに，注意する。

答案

(1)　$\begin{cases} -1<x & \text{……①} \\ x<9-2x & \text{……②} \end{cases}$
②より，$3x<9$
よって，$x<3$　……③
①と③の共通範囲を求めて，$-1<x<3$　……答



(2)　各辺に5を足して，$-2+5 \leqq 3x<10+5$
すなわち，　$3 \leqq 3x<15$
各辺を3で割って，　$1 \leqq x<5$　……答

学習の目標

❶ 共通範囲の求め方を理解して，連立不等式が解けるようになろう。
❷ $A<B<C$ の形をした不等式が解けるようになろう。

Q1 〈共通範囲の求め方〉について，まとめよう。

まとめ

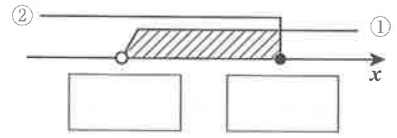
■ いくつかの不等式を組み合わせたものを［　　　］といい，それらの不等式の解に共通する範囲を，この連立不等式の［　　　］という。

連立不等式の解を求めることを，連立不等式を［　　　］という。

確認問題

□□ 連立不等式 $\begin{cases} 5x+2>3x-4 \\ 2x-7 \geqq 5(x-2) \end{cases}$ を解きなさい。

$5x+2>3x-4$ より，［　　　］$x>$［　　　］
よって，［　　　］　……①
$2x-7 \geqq 5(x-2)$ より，［　　　］$x \geqq$［　　　］
よって，［　　　］　……②
①と②の［　　　］範囲を求めて，［　　　］



Q2 〈不等式 $A<B<C$〉について，まとめよう。

まとめ

■ 不等式 $A<B<C$ は，連立不等式［　　　］と同じことである。

確認問題

● 次の連立不等式を解きなさい。

□□(1)　$1 \leqq x \leqq 8-x$　　　□□(2)　$-7<5x-2 \leqq 8$

(1)　$\begin{cases} 1 \leqq x & \text{……①} \\ \boxed{} \leqq 8-x & \text{……②} \end{cases}$
②より，［　　　］$x \leqq 8$
よって，［　　　］　……③
①と③の共通範囲を求めて，
［　　　］

(2)　各辺に［　　　］を足して，
$-7+$［　　　］$<5x \leqq 8+$［　　　］
すなわち，
［　　　］$<5x \leqq$［　　　］
各辺を［　　　］で割って，
［　　　］

演習問題

1 次の連立不等式を解きなさい。 → Q1

□□□(1) $\begin{cases} 3x+1 \leqq 2x+5 \\ 1-2x \leqq 3-x \end{cases}$

□□□(2) $\begin{cases} 2(x-3) \leqq 3x-2 \\ 4x-1>7x-4 \end{cases}$

□□□(3) $\begin{cases} 3x+2<5-x \\ 2x+3<5(x+1) \end{cases}$

□□□(4) $\begin{cases} 2(x-1)>x-3 \\ 3(x+1) \geqq x+7 \end{cases}$

2 次の連立不等式を解きなさい。 → Q2

□□□(1) $-2 \leqq 10-3x \leqq 4$

□□□(2) $3-2x<3x-2<x+4$

3 次の連立不等式を解きなさい。

□□□ $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}-\dfrac{3}{4}x<\dfrac{1}{2} \\ 1.7x-0.8<0.9x+4 \end{cases}$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) いくつかの不等式を組み合わせたものを［　　　　］といい，それらの不等式の解に［　　　　］する範囲を，この連立不等式の［　　　　］という。

連立不等式の解を求めることを，連立不等式を［　　　　］という。

□□□(2) 不等式 $A<B<C$ は連立不等式［　　　　］と同じことである。

1 次の連立不等式を解きなさい。

□□□(1) $\begin{cases} 3x-11 \leqq 9x+13 \\ 10x-3<6x+5 \end{cases}$

□□□(2) $\begin{cases} 4x+1>x-14 \\ 5x-6>7(x-2) \end{cases}$

2 次の連立不等式を解きなさい。

□□□(1) $7<4x+3<15$

□□□(2) $-2 \leqq x<10-4x$

★自分でチェックしてみよう★　●連立不等式の解法

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
連立不等式と解を理解した	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q1
共通範囲を理解した	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q1
連立不等式が解けた	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q1
不等式 $A<B<C$ が解けた	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q2

先生メモ

20 数と式
1次不等式の応用

基本 Q1 1個200円の品物Aと1個170円の品物Bを合わせて20個買い，代金の合計を3600円以下にしたい。品物Aをできるだけ多く買うには，それぞれ何個買えばよいか求めなさい。

1次不等式の文章題(買い物)

求める数量（関連する数量）をxとおき，数量の大小関係を不等式に表す。 P.76 Q1
不等式を解く……まず実数の範囲で解を求めておく。 P.80 Q1 Q2
不等式の解のうち，正の整数などの条件にあうものを答えとする。

★考え方★

Aをx個買うとすると，
代金の合計
$=200x+170(20-x)$(円)
これが3600円以下だから，
不等式は
代金の合計$\leqq 3600$
まず，実数の範囲で不等式を解き，
「xは個数を表すから自然数」という条件にあう範囲を求める。

答案

品物Aをx個買うとすると，
品物Bは$(20-x)$個買うことになる。
代金の合計について，
$200x+170(20-x)\leqq 3600$
整理すると， $30x\leqq 200$
$$x\leqq\frac{20}{3}$$
$\frac{20}{3}=6.6\cdots\cdots$で，$x$は自然数だから，$x\leqq 6$
したがって，品物Aは最大6個買うことができる。
このとき，品物Bは，$20-6=14$(個)
よって，品物Aを6個，品物Bを14個買えばよい。 ……答

基本 Q2 暑中見舞いの葉書の制作を頼むことにした。100枚までは16000円かかり，100枚をこえる分は1枚につき60円かかる。1枚あたりの制作費が120円以下になるのは，葉書の制作を何枚以上頼むときか求めなさい。

1次不等式の文章題（基本料金と単価）

★考え方★

x枚($x>100$)頼むとすると，制作費の合計は，16000円に$(x-100)$枚分の費用が加算される。
x枚で，1枚あたり120円以下のとき，制作費の合計は，$120x$円以下である。
これをもとにして不等式を立てる。

答案

葉書の制作をx枚頼むとする。
100枚以下のとき，1枚あたり160円以上かかるから，
$x>100$
制作費の合計が$120x$円以下になるのは，
$16000+60(x-100)\leqq 120x$
整理すると， $-60x\leqq -10000$
$$x\geqq\frac{500}{3}$$
$\frac{500}{3}=166.6\cdots\cdots$で，$x$は整数だから， $x\geqq 167$
よって，167枚以上頼むときである。 ……答

学習の目標

❶ 買い物を題材にした1次不等式の文章題を解こう。
❷ 基本料金＋単価となる費用を題材にした1次不等式の文章題を解こう。

Q1 〈1次不等式の文章題(買い物)〉について，まとめよう。

まとめ

■ 求める数量（関連する数量）をxとおき，数量の$\boxed{}$関係を不等式に表す。
不等式を解く……まず，$\boxed{}$の範囲で解を求めておく。
不等式の解のうち，正の整数などの条件にあうものを答えとする。

確認問題

□□ 1個160円の品物Aと1個100円の品物Bを合わせて15個買い，代金の合計を2000円以下にしたい。品物Aをできるだけ多く買うには，それぞれ何個買えばよいか求めなさい。

品物Aをx個買うとすると，品物Bは($\boxed{}$)個買うことになる。
代金の合計について，$\boxed{}\leqq 2000$
整理すると，$\boxed{}x\leqq\boxed{}$ よって，$x\leqq\boxed{}$
xは整数だから，$x\leqq\boxed{}$ 品物Aは最大$\boxed{}$個買うことができる。
このとき，品物Bは，$15-\boxed{}=\boxed{}$（個）
したがって，品物Aを$\boxed{}$個，品物Bを$\boxed{}$個買えばよい。

Q2 〈1次不等式の文章題(基本料金と単価)〉について，まとめよう。

確認問題

□□ 記念のメダルを作ることにした。費用は，50個までは12000円かかり，50個をこえる分については，1個につき170円かかる。1個あたりの単価が200円以下になるのは，メダルを何個以上作るときか求めなさい。

メダルをx個作るとする。
50個以下のときの単価は$\boxed{}$円以上だから，$x>\boxed{}$
費用の合計が$\boxed{}$円以下になるのは，$12000+\boxed{}\leqq\boxed{}$
整理すると，$\boxed{}x\leqq\boxed{}$ よって，$x\geqq\boxed{}$
xは整数だから，$x\geqq\boxed{}$ よって，$\boxed{}$個以上作るときである。

演習問題

★ **1** 1個250円の品物Aと1個180円の品物Bを合わせて50個買い，配達してもらうことにした。50個分の配達料金は600円である。配達料金を含めた予算が12000円以下で，品物Aをできるだけ多く買うには，品物A，Bをそれぞれ何個買えばよいか求めなさい。

→Q1

★ **2** ある体育館を1時間貸切りで利用する。利用料は，80人までは15000円かかり，80人をこえる分については，1人につき80円かかる。1人あたりの利用料が150円以下になるのは，何人以上で利用するときか求めなさい。

→Q2

3 定価が1個200円の商品がある。この商品を，A店では定価の8%引きで売っている。B店では，10個までは定価で売っているが，11個以上買うと11個目からは1個につき15%引きで売っている。この商品を，B店で買う方が安くなるのは，何個以上買うときか求めなさい。

理解度チェック

次の空欄をうめなさい。

1次不等式の文章題を解く手順

求める数量（関連する数量）をxとおき，数量の［　　］関係を不等式に表す。

不等式を解く……まず，［　　］の範囲で解を求めておく。

不等式の解のうち，正の整数などの条件にあうものを答えとする。

1 1個150円の品物Aと1個120円の品物Bを合わせて30個買い，代金の合計を4000円以下にしたい。品物Aをできるだけ多く買うには，それぞれ何個買えばよいか求めなさい。

2 あるパンフレットの制作費は，100部までは20000円かかり，100部をこえた分については，1部について70円かかる。1部あたりの単価が150円以下になるのは，何部以上作るときか求めなさい。

★自分でチェックしてみよう★　● 1次不等式の応用

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
買い物についての文章題を不等式を利用して解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→Q1
基本料金がある文章題を不等式を利用して解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→Q2

先生メモ

21 数と式
連立不等式の応用

基本 Q1 文房具店で，兄は鉛筆何本かと270円のコンパスを買い，1000円出しておつりがあった。弟は，兄と同じ種類の鉛筆何本かと70円の消しゴムを買い，500円出しておつりがあった。鉛筆は1本60円，兄弟合わせて18本買ったとき，兄が買った鉛筆は何本か求めなさい。

2つの数量関係を表す連立不等式

求める数量（関連する数量）をxとおき，2つの数量関係をそれぞれ不等式に表す。P.88 Q1
連立不等式として，実数の範囲で解を求め，そのうち正の整数などの条件にあうものを答えとする。

考え方

1000円出しておつりがあることは「1000より小さい」ことを示している。
数量の大小関係は2つある。
兄の代金の合計 <1000
弟の代金の合計 <500
兄が買った鉛筆の本数をx本として，それぞれ不等式で表し，連立不等式を解く。
xは整数であることに注意して答えを求める。

答案

兄がx本買ったとすると，弟は$(18-x)$本買ったことになる。
兄の代金について，$60x+270<1000$ ……①
弟の代金について，$60(18-x)+70<500$ ……②
①より，　$60x<730$，　$x<\dfrac{73}{6}$ ……③
②より，$-60x<-650$，$x>\dfrac{65}{6}$ ……④
③と④の共通範囲を求めて，$\dfrac{65}{6}<x<\dfrac{73}{6}$ P.84 Q1
$\dfrac{65}{6}=10.8$……，$\dfrac{73}{6}=12.1$……で，xは整数だから，$x=11$，12
よって，兄が買った鉛筆は11本または12本である。……答

重要 Q2 2kmの道のりを歩くか走るかで行くことにする。歩くときの速さは分速75m，走るときの速さは分速200mである。目的地に着くまでにかかる時間を15分以上17分以下にするには，歩く距離を何m以上何m以下にすればよいか求めなさい。

速さについての文章題

速さに関する公式　速さ＝$\dfrac{距離}{時間}$　時間＝$\dfrac{距離}{速さ}$　距離＝速さ×時間

考え方

歩く道のりをxmとして，時間についての不等式を作る。
15≦かかる時間の合計≦17
時間＝$\dfrac{距離}{速さ}$だから，
歩く時間は$\dfrac{x}{75}$分，
走る時間は$\dfrac{2000-x}{200}$分

答案

歩く距離をxmとすると，走る距離は$(2000-x)$mと表される。
かかる時間について，
$15\leqq\dfrac{x}{75}+\dfrac{2000-x}{200}\leqq17$
各辺に600を掛けると，　$9000\leqq8x+3(2000-x)\leqq10200$
よって，　$9000\leqq5x+6000\leqq10200$
各辺から6000を引くと，　$3000\leqq5x\leqq4200$
各辺を5で割ると，　$600\leqq x\leqq840$ P.84 Q2
よって，600m以上840m以下にすればよい。……答

学習の目標
❶ 数量の大小関係が2つある文章題を，連立不等式を作って解こう。
❷ 速さについての連立不等式の文章題を解こう。

Q1 〈2つの数量関係を表す連立不等式〉について，まとめよう。

まとめ
■ 求める数量（関連する数量）をxとおき，2つの数量関係をそれぞれ不等式に表す。
□ として，実数の範囲で解を求め，そのうち条件にあうものを答えとする。

確認問題
□□□ 文房具店で，姉はノート何冊かと250円の下じきを買い，1000円出しておつりがあった。妹は，姉と同じ種類のノート何冊かと180円の分度器を買い，800円出しておつりがあった。ノートは1冊80円で，姉妹合わせて15冊買ったとする。姉が買ったノートは何冊か求めなさい。

姉が買ったノートをx冊とすると，妹が買ったノートは（□）冊と表される。
姉の代金について，
□＋250＜□ ……①
妹の代金について，
□＋180＜□ ……②
①，②を連立不等式として解く。

①より，$x<$□ ……③
②より，$x>$□ ……④
③と④の共通範囲を求めて，
□＜x＜□
xは整数だから，$x=$□，□
よって，□冊または□冊

Q2 〈速さについての文章題〉について，まとめよう。

まとめ
■ **速さに関する公式**　速さ＝□　時間＝□　距離＝□

確認問題
□□□ 3kmの道のりを歩くか走るかで行くことにする。歩くときの速さは分速60m，走るときの速さは分速150mである。目的地に着くまでにかかる時間を30分以上32分以下にするには，歩く距離を何m以上何m以下にすればよいか求めなさい。

歩く距離をxmとすると，
$30\leqq\dfrac{□}{60}+\dfrac{□}{150}\leqq32$
各辺に□を掛けると，
$9000\leqq$□$\leqq9600$
よって，$9000\leqq$□$\leqq9600$

各辺から□を引くと，
□≦□x≦□
各辺を□で割ると，
□≦x≦□
よって，□m以上□m以下

演習問題

1 1個180円の商品Aと1個160円の商品Bを合わせて20個買い，3500円出したらおつりがあった。また，商品Aを商品Bの個数の2倍より多く買った。このとき，商品Aを何個買ったか求めなさい。

Q1

2 10kmの道のりを行くのに歩くか走るかで行くことにする。歩くときの速さは時速3km，走るときの速さは時速8kmである。目的地に着くまでにかかる時間を1時間45分以上2時間以下にするには，歩く距離を何km以上何km以下にすればよいか求めなさい。

Q2

3 A，Bの2種類のおにぎりを合わせて24個買う。Aは1個130円で，1個あたりの熱量は160kcal，Bは1個100円で，1個あたりの熱量は200kcalである。代金の合計を2800円以下に，熱量の合計を4300kcal以下にしたい。Aのおにぎりを何個買えばよいか求めなさい。

理解度チェック

次の空欄をうめなさい。

(1) 数量の大小関係が2つある文章題は□を作って解く。

(2) **速さに関する公式**　速さ＝□　時間＝□　距離＝□

1 肉屋で，Aは焼き鳥何本かと280円のフライドチキンを買い，1500円出しておつりがあった。Bは，焼き鳥何本かと鳥肉を350円分買い，1000円出しておつりがあった。焼き鳥は1本90円で，AとB合わせて20本買ったとする。Aが買った焼き鳥は何本か求めなさい。

2 5kmの道のりを歩くか走るかで行くことにする。歩くときの速さは分速80m，走るときの速さは分速200mである。目的地に着くまでにかかる時間を40分以上43分以下にするには，歩く距離を何m以上何m以下にすればよいか求めなさい。

★自分でチェックしてみよう★　●連立不等式の応用

項目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
数量関係が2つある文章題を連立不等式で解けた	yes / no	yes / no	yes / no	Q1
速さについての文章題を連立不等式で解けた	yes / no	yes / no	yes / no	Q2

先生メモ

22 数と式
絶対値を含む方程式・不等式

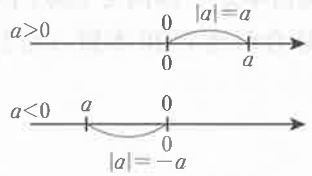
重要 Q1 次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $|x|=2$　　(2) $|x|<2$　　(3) $|x|\geqq 2$

絶対値と方程式・不等式(1)

絶対値 $|a|$ の意味 P.52 Q2

$a\geqq 0$ のとき，$|a|=a$　$a<0$ のとき，$|a|=-a$



絶対値と方程式・不等式　($c>0$)

方程式 $|x|=c$ の解は，$x=\pm c$

不等式 $|x|<c$ の解は，$-c<x<c$

不等式 $|x|>c$ の解は，$x<-c$，$c<x$

★ 考え方 ★

(1) 原点Oからの距離が2である点に対応。

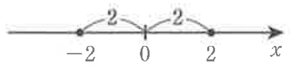
(2) 原点Oからの距離が2より小さい範囲。

(3) 原点Oからの距離が2以上である範囲。

答案

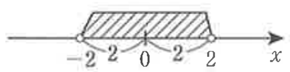
(1) 右の図より，

$x=\pm 2$ ……答



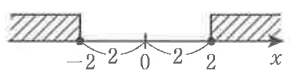
(2) 右の図より，

$-2<x<2$ ……答



(3) 右の図より，

$x\leqq -2$，$2\leqq x$ ……答



応用 Q2 次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $|x-1|=3$　　(2) $|x-1|\leqq 3$　　(3) $|x-1|>3$

絶対値と方程式・不等式(2)

$|x$ の1次式$|=c$ の形の方程式や，$|x$ の1次式$|<c$ の形の不等式を解くときは，x の1次式を X と考えて，まず，方程式 $|X|=c$，不等式 $|X|<c$ を解く。

★ 考え方 ★

$x-1=X$ とおく。

(1) $|X|=3$ より，$X=\pm 3$

(2) $|X|\leqq 3$ より，$-3\leqq X\leqq 3$

(3) $|X|>3$ より，

$X<-3$，$3<X$

X を $x-1$ にもどして，方程式，不等式を解く。

慣れてきたら，X とおかないで，そのまま解いてもよい。

答案

(1) $|x-1|=3$ より，$x-1=\pm 3$

$x-1=3$　より，$x=4$

$x-1=-3$ より，$x=-2$

よって，$x=4$，-2 ……答

(2) $|x-1|\leqq 3$ より，$-3\leqq x-1\leqq 3$

各辺に1を足すと，$-3+1\leqq x\leqq 3+1$

よって，$-2\leqq x\leqq 4$ ……答

(3) $|x-1|>3$ より，$x-1<-3$，$3<x-1$

$x-1<-3$ より，$x<-2$

$3<x-1$　より，$4<x$

よって，$x<-2$，$4<x$ ……答

学習の目標

❶ 絶対値の記号の意味を理解し，絶対値を含む方程式が解けるようになろう。

❷ 絶対値を含む不等式が解けるようになろう。

Q1 《絶対値と方程式・不等式(1)》について，まとめよう。

まとめ

■ **絶対値 $|a|$ の意味**　$a\geqq 0$ のとき，$|a|=$ □　$a<0$ のとき，$|a|=$ □

絶対値と方程式・不等式 ($c>0$)

方程式 $|x|=c$ の解は，$x=$ □

不等式 $|x|<c$ の解は，□　不等式 $|x|>c$ の解は，□

確認問題

● 次の方程式，不等式を解きなさい。

□□□(1) $|x|=5$　□□□(2) $|x|<5$　□□□(3) $|x|>5$

(1) $x=$ □　(2) □　(3) □

Q2 《絶対値と方程式・不等式(2)》について，まとめよう。

まとめ

■ $|x$ の1次式$|=c$ の形の方程式や，$|x$ の1次式$|<c$ の形の不等式を解くときは，x の1次式を X と考えて，まず，方程式 $|X|=c$ や，不等式 $|X|<c$ を解く。

確認問題

● 次の方程式，不等式を解きなさい。

□□□(1) $|x+2|=6$　□□□(2) $|x+2|<6$　□□□(3) $|x+2|\geqq 6$

(1) $|x+2|=6$ より，$x+2=$ □

$x+2=$ □ より，$x=$ □　$x+2=$ □ より，$x=$ □

よって，$x=$ □，□

(2) $|x+2|<6$ より，□ $<x+2<$ □

各辺から □ を引いて，□ $<x<$ □

(3) $|x+2|\geqq 6$ より，$x+2\leqq$ □，□ $\leqq x+2$

$x+2\leqq$ □ より，$x\leqq$ □　□ $\leqq x+2$ より，□ $\leqq x$

よって，$x\leqq$ □，□ $\leqq x$

演習問題

1 次の方程式，不等式を解きなさい。 → Q1

(1) $|x|=9$

(2) $|x|<3$

(3) $|x|\geqq 1$

(4) $|x|>8$

2 次の方程式，不等式を解きなさい。 → Q2

(1) $|x+3|=6$

(2) $|x-7|\leqq 2$

(3) $|x+1|<4$

(4) $|x-4|>5$

3 次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $|3x+1|=8$

(2) $|2x-5|>3$

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) $a\geqq 0$ のとき，$|a|=$ ☐　　$a<0$ のとき，$|a|=$ ☐

(2) **絶対値と方程式・不等式** $(c>0)$

方程式 $|x|=c$ の解は，$x=$ ☐

不等式 $|x|<c$ の解は，☐　　不等式 $|x|>c$ の解は，☐

1 次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $|x|=7$

(2) $|x|<4$

(3) $|x|>6$

(4) $|x|\geqq 10$

2 次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $|x-2|=5$

(2) $|x-5|\leqq 1$

(3) $|x+4|<8$

(4) $|x-3|>2$

★自分でチェックしてみよう★　●絶対値を含む方程式・不等式

項　目	1回目（ ／ ）	2回目（ ／ ）	3回目（ ／ ）	ここに戻る
$\lvert x\rvert=c$ が解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
$\lvert x\rvert<c$ や $\lvert x\rvert>c$ が解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
$\lvert x+b\rvert=c$ が解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2
$\lvert x+b\rvert<c$ などが解けた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

TEST 3

■定期試験対策

不等式

学習日　月　日

1 次の問いに答えなさい。【各4点×5】

(1) 次の不等式を解きなさい。

① $2(x-3)<5-(x-1)$

② $\frac{1}{3}+0.8x \geqq \frac{4}{15}x-0.6$

③ $\sqrt{3}\,x>2x-1$

(2) 次の不等式を成り立たせる正の整数 x をすべて求めなさい。

$\frac{1}{6}(x+5)+\frac{1}{2}>\frac{1}{9}(5x-1)$

(3) 次の不等式の解のうち，整数であるものは何個あるか求めなさい。

$4x-5<x-4<2x+1$

小計　/20

到達目標

❶不等式の性質，1次不等式の解法を理解し，文章題を解くことができる。

❷連立不等式の解法を理解し，文章題を解くことができる。

得点　/100

2 次の問いに答えなさい。【各4点×5】

(1) 次の不等式を解きなさい。

$|x-5|>2$

(2) ある整数は，5倍して8を足した値が，1をひいて2倍した値より小さくなる。このような整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

(3) 次の2つの不等式を同時に満たす整数 x の値をすべて求めなさい。

$$\begin{cases} |x|<5 \\ \frac{2x-3}{5}<\frac{2}{3}x-1 \end{cases}$$

(4) x についての不等式 $ax<a-x$ の解が $x>3$ のとき，a の値を求めなさい。

(5) 次の2つの不等式を同時に満たす x の値があるとき，a の値の範囲を求めなさい。

$$\begin{cases} 2x+3<3x+a \\ 4x-a<2x+5 \end{cases}$$

小計　/20

3 次の問いに答えなさい。【各5点×3】

(1) $a<b$, $c<d$ のとき，次の不等式が成り立つことを，不等式の性質を用いて説明しなさい。

① $a+c<b+d$

② $a-d<b-c$

(2) $-1 \leqq x \leqq 5$, $-2 \leqq y \leqq 3$ のとき，$x-2y$ のとりうる値の範囲を求めなさい。

小計 /15

4 次の方程式・不等式を解きなさい。【(1)7点，(2)8点】

(1) $2x-5=|x-1|$

(2) $3x-4<|x+2|$

小計 /15

5 次の問いに答えなさい。【(1)7点，(2)8点】

(1) ある美術館の入館料は1人500円で，25人以上の団体は，1人あたりの入館料が15% 引きになる。25人に満たないとき，25人の団体として入館した方が入館料が安くなるのは，何人以上の場合か求めなさい。

(2) 仕入れ値の25% の利益を見込んで定価をつけた商品を，定価から300円引いて売っても，まだ仕入れ値の10% 以上の利益があるとき，仕入れ値はどんな範囲にあるか求めなさい。

小計 /15

6 次の問いに答えなさい。【(1)7点，(2)8点】

(1) 団体旅行のためにバスを何台か予約した。1台あたり40人が乗り，最後の1台は35人が乗る予定であった。当日，20人が参加をやめたため，1台あたり36人が乗ると席が不足し，37人が乗ると席が余ることがわかった。予約したバスは何台か求めなさい。

(2) 10% の食塩水と15% の食塩水を混ぜて，13% 以上14% 以下の食塩水100gを作りたい。10% の食塩水を何g以上何g以下にすればよいか求めなさい。

小計 /15