

1

式の展開

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

教科書
P.14~21

クラス

名前

100

1 次の()にあてはまる適当な言葉や式を答えなさい。

□(1) 積の形で書かれた式を計算して、和の形で表すことを、もとの式を()するという。

 2点

□(2) 乗法の公式

$$(x+a)(x+b) = (\text{㉞})$$

 ㉞ 2点

$$(a+b)^2 = (\text{㉟})$$

 ㉟ 2点

$$(a-b)^2 = (\text{㊱})$$

 ㊱ 2点

$$(a+b)(a-b) = (\text{㊲})$$

 ㊲ 2点

2 次の計算をしなさい。

□(1) $3x(2x+5y)$

 2点

□(2) $(4a-3b) \times 2a$

 2点

□(3) $-5a(7a+3b)$

 2点

□(4) $(x+5y-2) \times 4x$

 2点

□(5) $6a(-a+4b-1)$

 2点

□(6) $-3x(5x-2y+6)$

 2点

3 次の計算をしなさい。

□(1) $(6x^2-9x) \div 3x$

 3点

□(2) $(10ax+5ay) \div (-5a)$

 3点

□(3) $(-3x^2+x) \div \frac{x}{2}$

 3点

□(4) $(4x^2-6xy) \div (-\frac{2}{3}x)$

 3点

4 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+3)(y-6)$

 3点

□(2) $(3x-1)(4x+5)$

 3点

□(3) $(a+2b)(a-3b+1)$

 3点

□(4) $(3x-y+2)(2x-y)$

 3点

5 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+2)(x+5)$

 3点

□(2) $(y-4)(y-7)$

 3点

□(3) $(a-1)(a+6)$

 3点

□(4) $(a+8)^2$

 3点

□(5) $(2x-5)^2$

 3点

□(6) $(-3x+y)^2$

 3点

□(7) $(5a+1)(5a-1)$

 3点

□(8) $(2x+3y)(2x-3y)$

 3点

6 次の計算をしなさい。

□(1) $(x-2)^2 + (x-1)(x+3)$

 4点

□(2) $(x+3)(x+4) - x(x+6)$

 4点

□(3) $(2a+1)(2a-1) + (2a-3)^2$

 4点

□(4) $(x+2y)^2 - (x+3y)(x-3y)$

 4点

7 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の㉞, ㉟にあてはまる正の数を求めなさい。

□① $(x-3)(x+ \text{㉞}) = x^2 + \text{㉟} x - 15$

 ㉞, ㉟ 4点

□② $(\text{㉞} x - 7)^2 = 4x^2 - \text{㉟} x + 49$

 ㉞, ㉟ 4点

□(2) $(ax+1)(3x+b)$ を展開したら、 $6x^2+11x+c$ となった。係数に着目して、 a, b, c の値を求めなさい。

$a =$, $b =$, $c =$ 6点

2

因数分解

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

教科書
P.22 ~ 28

クラス

氏名

100

1 次の()にあてはまる適当な言葉を答えなさい。

□(1) 2, 3, 5, 7のように, それより小さい自然数の積の形で表せない自然数を()という。

 2点

□(2) 整数が, いくつかの整数の積で表されるとき, その1つ1つの数を, もとの数の(㊦)という。このうち, 素数である因数を(㊧)という。

 ㊦ 2点

 ㊧ 2点

□(3) 自然数を素数の積として表すことを()するという。

 2点

□(4) 多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを, その多項式を()するという。

 2点

2 10より大きく40以下の素数をすべて答えなさい。

 4点

3 次の自然数を素因数分解しなさい。

□(1) 28	□(2) 70	□(3) 100
<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点

□(4) 135	□(5) 256	□(6) 324
<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点

4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $ab + bc$	□(2) $6ax - 3a$
<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点

□(3) $4mx + 6my$	□(4) $5a^2b - 10ab^2$
<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点

□(5) $ax - bx + cx$	□(6) $2x^2 - 4xy + 6x$
<input type="text"/> 2点	<input type="text"/> 2点

5 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 - 81$	□(2) $4a^2 - 25$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

□(3) $16a^2 - 1$	□(4) $36 - m^2$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

□(5) $25x^2 - 49y^2$	□(6) $81m^2 - 25n^2$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

6 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 + 8x + 16$	□(2) $a^2 - 10a + 25$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

□(3) $m^2 - 14m + 49$	□(4) $4x^2 + 4x + 1$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

□(5) $9a^2 + 12ab + 4b^2$	□(6) $25m^2 - 10mn + n^2$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

7 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 + 8x + 15$	□(2) $x^2 + 2x - 24$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

□(3) $x^2 - x - 30$	□(4) $x^2 - 7x - 18$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

□(5) $x^2 - 12x + 35$	□(6) $x^2 + 3x - 54$
<input type="text"/> 3点	<input type="text"/> 3点

8 次の問いに答えなさい。

□(1) 180を素因数分解するとき, $180 = 5 \times 6^2$ と答えては誤りである。そのわけを答えなさい。

 4点

□(2) $30 = 2 \times 3 \times 5$ だから, 30は3種類の素因数をもつ。100以下の自然数のうち, 3種類の素因数をもつものを, 30以外にすべて求めなさい。

 4点

3

いろいろな因数分解

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

教科書
P.28 ~ 29

クラス

氏名

100

1 次の()にあてはまる適当な式を答えなさい。

□(1) $mx^2 + 3mx + 2m$ を因数分解しなさい。

$$mx^2 + 3mx + 2m = (\text{ア}) (x^2 + 3x + 2) \\ = m(x+1)(\text{イ})$$

ア 2点

イ 2点

□(2) $(x+y)^2 - 4$ を因数分解しなさい。

$x+y=A$ とおくと、

$$(x+y)^2 - 4 = A^2 - 4 \\ = (A+2)(\text{ア}) \\ = (x+y+2)(\text{イ})$$

ア 2点

イ 2点

2 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2a^2 - 12a + 18$

3点

□(2) $4x^2 + 8x - 12$

3点

□(3) $45 - 5m^2$

3点

□(4) $-x^2 + 5x + 14$

3点

□(5) $5ab^2 - 20a$

3点

□(6) $2x^2y - 8xy + 6y$

3点

□(7) $3mx^2 - 6mx + 3m$

3点

□(8) $-3ab^2 + 9ab - 6a$

3点

□(9) $8x^2y - 18y$

3点

□(10) $x^3 - 4x^2 - 32x$

3点

□(11) $12x^2y - 27yz^2$

3点

□(12) $18ab^2 - 24ab + 8a$

3点

3 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(x+1)^2 + 2(x+1) - 8$

3点

□(2) $(a+b)^2 - 5(a+b) + 6$

3点

□(3) $(x+2y)^2 - 4(x+2y) + 4$

3点

□(4) $4(x-3)^2 - 4(x-3) + 1$

3点

□(5) $(x+y)^2 - 25$

3点

□(6) $(a-b)^2 - 4c^2$

3点

□(7) $(x+1)y - 3(x+1)$

3点

□(8) $(a-b)x + (a-b)y$

3点

□(9) $3y(x-2) - x + 2$

3点

□(10) $m(x+2y) - 2x - 4y$

3点

□(11) $x^2 + 6x + 9 - y^2$

3点

□(12) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$

3点

□(13) $xy + 3x + 3y + 9$

3点

□(14) $2ab - 8a - 3b + 12$

3点

4 次の問いに答えなさい。

□(1) 次のア, イにあてはまる正の数を求めなさい。

□① $4x^2 - \text{ア}y^2 = (2x + \text{イ}y)(2x - 3y)$

□② $x^2 - 12x + \text{ア} = (x - \text{イ})^2$

ア, イ 4点

ア, イ 4点

□(2) 次の□に自然数を入れて、この式が因数分解できるようにしたい。あてはまる数をすべて求めなさい。

$x^2 + \square x - 10$

6点

4

式の計算の利用

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

教科書 P.31 ~ 35

クラス

氏名

100

1 次の()にあてはまる適当な式を答えなさい。

□ 差が4である2つの整数の積に4を加えた数は、ある整数の2乗になることを証明しなさい。

[証明] 差が4である2つの整数のうち、小さい方を n とすると、

大きい方は、(ア)

これらの積に4を加えた数は、

$$n(n+4)+4=n^2+4n+4=(イ)$$

これは整数(ウ)の2乗である。

ア 2点

イ 2点

ウ 2点

2 展開か因数分解を利用して、次の計算をしなさい。

□(1) 101^2

5点

□(2) 198^2

5点

□(3) 51×49

5点

□(4) 102×98

5点

□(5) $75^2 - 25^2$

5点

□(6) $124^2 - 123^2$

5点

3 次の問いに答えなさい。

□(1) $x=52$ のとき、 $(3+x)(3-x)+(x-1)(x+6)$ の値を求めなさい。

5点

□(2) $a=197$ のとき、 a^2+6a+9 の値を求めなさい。

5点

□(3) $x=43, y=-43$ のとき、 $(2x+y)^2-(x+2y)^2$ の値を求めなさい。

5点

□(4) $x=37, y=14$ のとき、 $(x+y)^2-2(x+y)+1$ の値を求めなさい。

5点

4 次の問いに答えなさい。

□(1) 連続する3つの整数で、中央の数の2乗から、残りの2つの整数の積をひいた差は、必ず1になる。

このことを、中央の数を n として証明しなさい。

8点

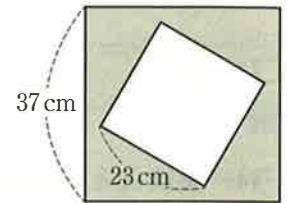
□(2) 2つの奇数の2乗の差は、4の倍数である。このことを、2つの奇数を $2m+1, 2n+1$ (m, n は整数) として、証明しなさい。

8点

5 次の問いに答えなさい。

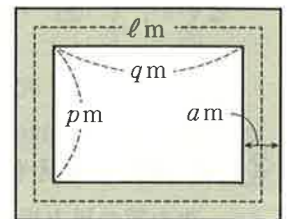
□(1) 右の図は、1辺が37cmの正方形から、1辺が23cmの正方形を切り取ったものである。影をつけた部分の面積を求めなさい。

cm^2 6点



□(2) 縦が p m、横が q m の長方形の花だんのまわりに、右の図のように幅 a m の道がついている。この道の面積を $S \text{ m}^2$ 、道のまん中を通る線の長さを ℓ m とするとき、 $S = a\ell$ となることを証明しなさい。

8点



6 次の問いに答えなさい。

□(1) 次のアとイでは、どちらの方が計算結果が大きくなるか。くふうして調べなさい。

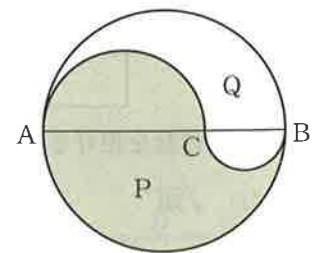
ア 124×126

イ 123×127

6点

□(2) 右の図のように、ABを直径とする円が、AC、CBをそれぞれ直径とする半円によってP、Qの2つの部分に分けられている。AC = 2a、CB = 2b とするとき、PとQの面積の比は $a:b$ であることを証明しなさい。

8点



5

平方根

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

教科書
P.42 ~ 49

学年

氏名

100

1 次の()にあてはまる適当な言葉や式を答えなさい。

□(1) 2乗すると a になる数を, a の()という。 2点

□(2) 正の数 a の平方根を, 記号 $\sqrt{\quad}$ を使って,
正の方は(㊦), 負の方は(㊧)と表す。 2点

□(3) 記号 $\sqrt{\quad}$ を()という。 2点

□(4) 整数 m と, 0でない整数 n を使って, 分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を(㊦)
といい, (㊦)でない数を(㊧)という。 2点

2 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の数の平方根を求めなさい。

□① 9 □② 64 □③ 400

□④ 0.25 □⑤ $\frac{1}{16}$ □⑥ $\frac{4}{81}$

□(2) 根号を使って, 次の数の平方根を書きなさい。

□① 6 □② 1.3 □③ $\frac{5}{7}$

□(3) 次の数を根号を使わずに表しなさい。

□① $\sqrt{36}$ □② $-\sqrt{100}$ □③ $\sqrt{\frac{9}{25}}$

□(4) 次の数を求めなさい。

□① $(\sqrt{7})^2$ □② $(-\sqrt{18})^2$ □③ $(-\sqrt{\frac{3}{4}})^2$

3 次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

□(1) $\sqrt{5}, \sqrt{7}$ 3点

□(2) $4, \sqrt{14}$ 3点

□(3) $\sqrt{40}, 6$ 3点

□(4) $1, \sqrt{0.7}$ 3点

□(5) $-\sqrt{11}, -\sqrt{13}$ 3点

□(6) $-7, -\sqrt{50}$ 3点

□(7) $3, 4, \sqrt{10}$ 3点

□(8) $6, \sqrt{30}, \sqrt{37}$ 3点

4 右の計算式を利用して, $\sqrt{20}$ を小数で表したとき的小数第1位,
小数第2位の数をそれぞれ求めなさい。

$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$4.4^2 = 19.36$	$4.5^2 = 20.25$
$4.47^2 = 19.9809$	$4.48^2 = 20.0704$

□ 5点
小数第1位 , 小数第2位

5 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の㊦~㊩の数を有理数と無理数に分け, 記号で答えなさい。

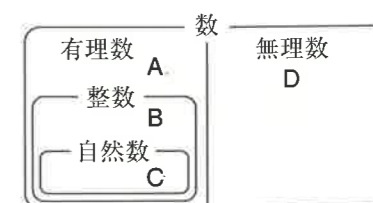
㊦ $-\frac{2}{7}$ ㊧ $\sqrt{10}$ ㊨ $-\sqrt{25}$ ㊩ 3.4 ㊪ $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ㊫ $-\sqrt{13}$

有理数 , 無理数 4点

□(2) 次の㊦~㊩の数は, 右の図のA~Dのどこに入るか, それぞれ記号
で答えなさい。

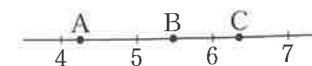
㊦ -0.5 ㊧ $\sqrt{4}$ ㊨ $-\sqrt{36}$ ㊩ $-\sqrt{7}$

㊦ , ㊧ , ㊨ , ㊩ 4点



6 次の問いに答えなさい。

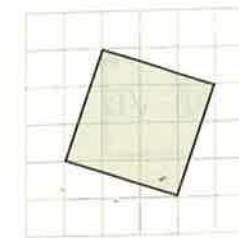
□(1) 右の数直線に示された点A, B, Cの中に $\sqrt{30}$ を表す点がある。
それはどれか。



4点

□(2) 右の図の方眼の1目もりは1cmである。影をつけた正方形の1辺の長さを $\sqrt{\quad}$
を使って表しなさい。

4点
cm



6

根号をふくむ式の計算(1)

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

教科書
P.50 ~ 55

名前

氏名

100

1 次の()にあてはまる適当な言葉や式を答えなさい。

□(1) 正の数 a, b について,

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = (\text{ア})$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = (\text{イ})$$

ア 2点

イ 2点

□(2) 分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形することを, 分母を(ア)するという。

(例) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times (\text{イ})}{\sqrt{3} \times (\text{イ})}$
 $= (\text{ウ})$

ア 2点

イ 2点

ウ 2点

2 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{7} \times \sqrt{5}$

2点

□(2) $(-\sqrt{2}) \times \sqrt{18}$

2点

□(3) $(-\sqrt{13}) \times (-\sqrt{3})$

2点

□(4) $(-\sqrt{21}) \div \sqrt{7}$

2点

□(5) $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}}$

2点

□(6) $\sqrt{44} \div (-\sqrt{11})$

2点

□(7) $\sqrt{14} \times \sqrt{2} \div \sqrt{7}$

2点

□(8) $\sqrt{10} \div (-\sqrt{6}) \times \sqrt{3}$

2点

3 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の数を \sqrt{a} の形に表しなさい。

□① $4\sqrt{2}$

2点

□② $3\sqrt{7}$

2点

□③ $5\sqrt{5}$

2点

□(2) 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。ただし, 根号の中の数はもっとも小さい整数にすること。

□① $\sqrt{12}$

2点

□② $\sqrt{90}$

2点

□③ $\sqrt{108}$

2点

4 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{18}$

3点

□(2) $\sqrt{12} \times 5\sqrt{2}$

3点

□(3) $\sqrt{50} \times \sqrt{27}$

3点

□(4) $\sqrt{20} \times \sqrt{45}$

3点

□(5) $\sqrt{14} \times \sqrt{21}$

3点

□(6) $2\sqrt{6} \times \sqrt{33}$

3点

□(7) $\sqrt{35} \times \sqrt{65}$

3点

□(8) $3\sqrt{7} \times 2\sqrt{42}$

3点

5 次の数の分母を有理化しなさい。

□(1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

3点

□(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

3点

□(3) $\frac{8}{\sqrt{6}}$

3点

□(4) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

3点

□(5) $\frac{4}{\sqrt{28}}$

3点

□(6) $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}}$

3点

6 $\sqrt{2} = 1.414, \sqrt{3} = 1.732$ として, 次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{18}$

4点

□(2) $\sqrt{300}$

4点

□(3) $\frac{10}{\sqrt{2}}$

4点

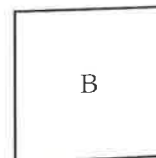
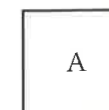
7 次の問いに答えなさい。

□(1) 2つの無理数の積はいつも無理数になるとは限らない。2つの無理数の積が有理数になる例を1つあげなさい。

4点

□(2) 2つの正方形 A, B において, B の面積は A の面積の2倍である。

このとき, B の1辺の長さは A の1辺の長さの何倍になるか。 $\sqrt{\quad}$ を使って表しなさい。



倍 4点

7

根号をふくむ式の計算(2)

単元別定期
テスト対策

実施日 月 日

100

教科書
P.56 ~ 60

名前

氏名

1 次の()にあてはまる適当な数や式を答えなさい。

□ 根号をふくむ式の和と差

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (\text{㉗})\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (\text{㉘})\sqrt{a}$$

(例) ① $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (\text{㉙})$

② $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{3} + (\text{㉚})$
 $= (\text{㉛})$

㉗ 2点

㉘ 2点

㉙ 2点

㉚ 2点

㉛ 2点

2 次の計算をしなさい。

□(1) $3\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

□(2) $\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

3点

3点

□(3) $4\sqrt{2} - \sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

□(4) $2\sqrt{7} - 3 - 4\sqrt{7} + 5$

3点

3点

□(5) $2\sqrt{3} + \sqrt{27}$

□(6) $\sqrt{63} - \sqrt{28}$

3点

3点

□(7) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 5\sqrt{3}$

□(8) $3\sqrt{20} - \sqrt{45} + 2\sqrt{125}$

3点

3点

3 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}$

□(2) $2\sqrt{7} - \frac{6}{\sqrt{28}}$

3点

3点

□(3) $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \frac{4}{\sqrt{32}}$

□(4) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{5}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$

3点

3点

4 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{2}(5\sqrt{2} + \sqrt{3})$

□(2) $\sqrt{5}(\sqrt{20} - 3)$

4点

4点

□(3) $(\sqrt{3} - 2)(2\sqrt{3} + 1)$

□(4) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} + 5)$

4点

4点

□(5) $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

□(6) $(\sqrt{10} + 2)(\sqrt{10} - 7)$

4点

4点

□(7) $(3\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$

□(8) $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 5)$

4点

4点

5 次の問いに答えなさい。

□(1) $x = \sqrt{5} + 2, y = \sqrt{5} - 2$ のとき、次の式の値を求めなさい。

□① $x^2 - 2xy + y^2$

□② $x^2 - y^2$

3点

3点

□(2) $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}, y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ のとき、 $(2x + y)^2 - (2x - y)^2$ の値を求めなさい。

4点

6 a を自然数とするとき、次の問いに答えなさい。

□(1) $4 < \sqrt{a} < 4.5$ にあてはまる a の値をすべて求めなさい。

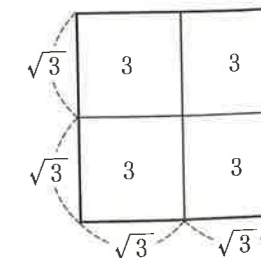
$a =$ 4点

□(2) $\sqrt{28a}$ の値が自然数となるような a の値のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

$a =$ 4点

7 右の図は、面積が3の正方形を4個つなげてできた図形である。これを用いて $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ が成り立つことを説明しなさい。

□ 4点



1 次の()にあてはまる適当な言葉や式を答えなさい。

□(1) 乗法の公式

(x+a)(x+b)=(ア)

ア 2点

(a+b)²=(イ)

イ 2点

(a-b)²=(ウ)

ウ 2点

(a+b)(a-b)=(エ)

エ 2点

□(2) 多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、その多項式を()するという。

2点

2 次の計算をしなさい。

□(1) (5x-4y)×3x

2点

□(2) -5a(2a-7b+4)

2点

□(3) (2a²-5a)÷ $\frac{a}{3}$

2点

□(4) (6x²y+4xy)÷(- $\frac{2}{3}$ xy)

2点

3 次の式を展開しなさい。

□(1) (x+2)(y-5)

2点

□(2) (a+2b)(3a-b+4)

2点

□(3) (x-5)(x+9)

2点

□(4) (3x-8y)²

2点

□(5) (4+7a)(4-7a)

2点

□(6) ($m+\frac{n}{2}$)($m-\frac{n}{2}$)

2点

100

100

100

□(7) (a+b+5)²

2点

□(8) (a-b+3)(a-b-3)

2点

4 次の計算をしなさい。

□(1) (x+3)(x-5)+(x-4)²

2点

□(2) (3a+4)(3a-4)-(3a-5)²

2点

□(3) 2(x-1)(x+6)-(2x+1)(x-4)

2点

□(4) (3x+2y)²-(3x-2y)²

2点

5 次の式を因数分解しなさい。

□(1) 2ax+4ay-6az

2点

□(2) 10a²b-25ab²

2点

□(3) x²-10x-24

2点

□(4) 16m²-8m+1

2点

□(5) 3xy²-75x

2点

□(6) 2ax²+8ax-42a

2点

□(7) (x+5)²-7(x+5)+12

2点

□(8) (a-b)²-81

2点

□(9) (a-2)b+4(a-2)

2点

□(10) xy+3x-5y-15

2点

6 次の問いに答えなさい。

□(1) 50 より大きく 80 より小さい素数をすべて求めなさい。

2点

□(2) 次の自然数を素因数分解しなさい。

□① 75

□② 156

□③ 320

2点

2点

2点

□(3) 144 はある自然数の 2 乗である。どんな数の 2 乗か、素因数分解を利用して求めなさい。

2点

□(4) 63 にできるだけ小さい自然数をかけて、その結果をある自然数の 2 乗にしたい。どんな自然数をかければよいか。

2点

7 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の式をくふうして計算しなさい。

□① 203×197

□② $125 \times 55^2 - 125 \times 45^2$

2点

2点

□(2) $x=75$ のとき、 $(x+4)(x-4) - (x-3)(x-7)$ の値を求めなさい。

2点

□(3) $x=2.7$, $y=3.6$ のとき、 $4x^2 + 4xy + y^2$ の値を求めなさい。

2点

□(4) $x = \frac{8}{13}$, $y = -\frac{4}{13}$ のとき、 $3x^2 - 12y^2$ の値を求めなさい。

2点

□(5) 1 辺の長さが a cm の正方形 A がある。この正方形の一方の辺を 10 cm 長く、もう一方の辺を 10 cm 短くした長方形 B をつくる。A と B の面積はどちらがどれだけ大きいか調べなさい。

2点

8 次の問いに答えなさい。

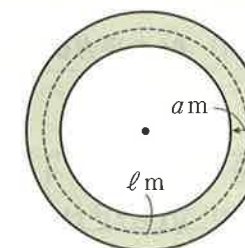
□(1) 連続する 4 つの整数では、中央の 2 数の積から残りの 2 数の積をひいた差は、必ず 2 となる。このことを証明しなさい。

3点

□(2) 1 と 4, 2 と 5 のように、差が 3 である 2 つの整数について、大きい方の 2 乗から小さい方の 2 乗をひいた差は、もとの 2 つの数の和の 3 倍に等しい。このことを証明しなさい。

3点

9 右の図のように、ある円形の池のまわりに幅 a m の道がある。この道の面積を S m²、道の真ん中を通る線の長さを l m とすると、 $S = al$ となることを証明しなさい。



3点

10 一の位が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗は右のように、ある規則があって簡単に計算できる。次の問いに答えなさい。

$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 1225 \\ 3 \times 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 2025 \\ 4 \times 5 \end{array}$
---	---

□(1) 右の例を参考にして、どのような計算方法で求められるかを予想しなさい。

2点

□(2) (1)の予想が正しいことを証明しなさい。

3点

1 次の()にあてはまる適当な言葉や式を答えなさい。

□(1) 2乗するとaになる数を, aの()という。

□ 2点

□(2) 正の数aの平方根を, 記号√を使って, 正の方は(㊦), 負の方は(㊧)と表す。

㊦, ㊧ 2点

□(3) 正の数a, bについて,

√a × √b = (㊦)

㊦ 2点

√a / √b = (㊧)

㊧ 2点

m√a + n√a = (㊨)√a

㊨ 2点

2 次のことは正しいか。正しいか正しくないかを示し, 誤りがあれば 部分を正しくおしなさい。

□(1) 64の平方根は8である。

□ 1点

□(2) √100は±10である。

□ 1点

□(3) √(-7)²は-7に等しい。

□ 1点

□(4) (-5)²と√25²は等しい。

□ 1点

□(5) √12 × √12は12に等しい。

□ 1点

□(6) √9 - √4は√5に等しい。

□ 1点

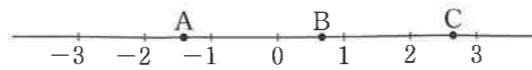
3 下の㊦~㊨の数について, 次の問いに答えなさい。

㊦ -2/3 ㊧ -√2 ㊨ 1.5 ㊩ √7 ㊪ √4/3

□(1) 有理数と無理数に分け, 記号で答えなさい。

有理数, 無理数 2点

□(2) 右の数直線上の点A, B, Cは㊦~㊨のいずれかの数を表している。これらの点の表す数を㊦~㊨の記号で答えなさい。



A, B, C 1点 each

100

100

100

4 次の各組の数の大小を不等号を用いて表しなさい。

□(1) √10, √13

□ 1点

□(2) 5, 2√6

□ 1点

□(3) 1/3, 1/√3

□ 1点

□(4) -√70, -8

□ 1点

□(5) 5, 6, √35

□ 1点

□(6) 4, 3√2, √17

□ 1点

5 次の計算をしなさい。

□(1) √13 × √5

□ 1点

□(2) 2√6 × (-√21)

□ 1点

□(3) √7/√28

□ 1点

□(4) (-4√35) ÷ 2√5

□ 1点

□(5) √42 × √2 ÷ √6

□ 1点

□(6) 3√10 ÷ (-√14) × √7

□ 1点

6 次の数の分母を有理化しなさい。

□(1) 4/√28

□ 1点

□(2) √10/(√2 × √3)

□ 1点

□(3) (√5 + 1)/√5

□ 1点

7 √7 = 2.65, √70 = 8.37として, 次の値を求めなさい。

□(1) √7000

□ 1点

□(2) √0.07

□ 1点

□(3) √70000

□ 1点

□(4) √63

□ 1点

□(5) 70/√7

□ 2点

□(6) √7/√10

□ 2点

8 次の計算をなさい。

□(1) $-\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

2点

□(2) $2\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{6} + 3\sqrt{3}$

2点

□(3) $2\sqrt{32} - \sqrt{50}$

2点

□(4) $\sqrt{24} - \sqrt{54}$

2点

□(5) $\sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{80}$

2点

□(6) $2\sqrt{27} + \sqrt{48} - 5\sqrt{3}$

2点

□(7) $3\sqrt{7} + \frac{7}{\sqrt{7}}$

2点

□(8) $\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4}{\sqrt{5}} - \sqrt{45}$

2点

□(9) $2\sqrt{8} - \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

2点

□(10) $6\sqrt{2} \times \frac{5}{\sqrt{3}} - \sqrt{54}$

2点

9 次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} + \sqrt{3})$

2点

□(2) $4\sqrt{3} - \sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

2点

□(3) $(\sqrt{5} - 2)(3\sqrt{5} + 1)$

2点

□(4) $(\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} + 4)$

2点

□(5) $(2\sqrt{3} + 1)^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 2)$

2点

□(6) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$

2点

□(7) $(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7}) - 2(1 - \sqrt{7})^2$

2点

□(8) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{\sqrt{6}}(4 + \sqrt{10})(4 - \sqrt{10})$

2点

10 次の問いに答えなさい。

□(1) $x = 5 - \sqrt{7}$ のとき、 $x^2 - 10x + 25$ の値を求めなさい。

2点

□(2) $x = 3 + \sqrt{5}$ 、 $y = 3 - \sqrt{5}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

□① xy

□② $x^2y + xy^2$

2点

2点

□(3) $x = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ 、 $y = \sqrt{2} - \sqrt{6}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$(x - 2y)(x - 8y) - (x + 4y)^2$

2点

11 次の問いに答えなさい。

□(1) $5 < \sqrt{a} < 6$ を満たす自然数 a は全部で何個あるか。

個 2点

□(2) $\sqrt{\frac{56}{m}}$ の値が自然数となるような自然数 m のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

$m =$ 2点

□(3) $\sqrt{20 - a}$ の値が整数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

$a =$ 2点

□(4) 体積が 360 cm^3 、高さが 8 cm の正四角柱がある。この正四角柱の底面の1辺の長さは何 cm か。

$\sqrt{5} = 2.236$ として、 mm の位まで求めなさい。

cm 2点

12 a を正の数とすると、 $n \leq a < n + 1$ となる整数 n を a の整数部分という。また、 $a - n$ を a の小数部分という。

次の問いに答えなさい。

□(1) $\sqrt{77}$ の整数部分を求めなさい。

2点

□(2) $\sqrt{77}$ の小数部分を t とするとき、 $t^2 + 16t$ の値を求めなさい。

2点

$1 < \sqrt{2} < 2$ だから、
 $\sqrt{2}$ の整数部分は、1
 $\sqrt{2}$ の小数部分は、 $\sqrt{2} - 1$

1 式の展開

【解答】

- ①(1) 展開
 (2) ㉞ $x^2 + (a+b)x + ab$ ㉟ $a^2 + 2ab + b^2$
 ㊱ $a^2 - 2ab + b^2$ ㊲ $a^2 - b^2$
- ②(1) $6x^2 + 15xy$ (2) $8a^2 - 6ab$
 (3) $-35a^2 - 15ab$ (4) $4x^2 + 20xy - 8x$
 (5) $-6a^2 + 24ab - 6a$
 (6) $-15x^2 + 6xy - 18x$
- ③(1) $2x - 3$ (2) $-2x - y$
 (3) $-6x + 2$ (4) $-6x + 9y$
- ④(1) $xy - 6x + 3y - 18$
 (2) $12x^2 + 11x - 5$
 (3) $a^2 - ab - 6b^2 + a + 2b$
 (4) $6x^2 - 5xy + y^2 + 4x - 2y$
- ⑤(1) $x^2 + 7x + 10$ (2) $y^2 - 11y + 28$
 (3) $a^2 + 5a - 6$ (4) $a^2 + 16a + 64$
 (5) $4x^2 - 20x + 25$ (6) $9x^2 - 6xy + y^2$
 (7) $25a^2 - 1$ (8) $4x^2 - 9y^2$
- ⑥(1) $2x^2 - 2x + 1$ (2) $x + 12$
 (3) $8a^2 - 12a + 8$ (4) $4xy + 13y^2$
- ⑦(1) ㉞ 5, ㉟ 2 ㊱ 2, ㊲ 28
 (2) $a = 2, b = 4, c = 4$

【解説】

- ①(1) 積の形で書かれた式を計算して、和の形で表すことを、もとの式を展開するという。
- (2) 乗法の公式
 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ②(1) $3x(2x+5y) = 3x \times 2x + 3x \times 5y$
 $= 6x^2 + 15xy$
- (2) $(4a-3b) \times 2a = 4a \times 2a - 3b \times 2a$
 $= 8a^2 - 6ab$
- (3) $-5a(7a+3b) = -5a \times 7a - 5a \times 3b$
 $= -35a^2 - 15ab$
- (4) $(x+5y-2) \times 4x = x \times 4x + 5y \times 4x - 2 \times 4x$
 $= 4x^2 + 20xy - 8x$

- (5) $6a(-a+4b-1)$
 $= 6a \times (-a) + 6a \times 4b - 6a \times 1$
 $= -6a^2 + 24ab - 6a$
- (6) $-3x(5x-2y+6)$
 $= -3x \times 5x - 3x \times (-2y) - 3x \times 6$
 $= -15x^2 + 6xy - 18x$
- ③(1) $(6x^2-9x) \div 3x = \frac{6x^2}{3x} - \frac{9x}{3x}$
 $= 2x - 3$
- (2) $(10ax+5ay) \div (-5a) = -\frac{10ax}{5a} - \frac{5ay}{5a}$
 $= -2x - y$
- (3) $(-3x^2+x) \div \frac{x}{2} = (-3x^2+x) \times \frac{2}{x}$
 $= -6x + 2$
- (4) $(4x^2-6xy) \div \left(-\frac{2}{3}x\right)$
 $= (4x^2-6xy) \times \left(-\frac{3}{2x}\right)$
 $= -6x + 9y$
- ④(2) $(3x-1)(4x+5) = 12x^2 + 15x - 4x - 5$
 $= 12x^2 + 11x - 5$
- (3) $(a+2b)(a-3b+1)$
 $= a(a-3b+1) + 2b(a-3b+1)$
 $= a^2 - 3ab + a + 2ab - 6b^2 + 2b$
 $= a^2 - ab - 6b^2 + a + 2b$
- (4) $(3x-y+2)(2x-y)$
 $= (3x-y+2) \times 2x + (3x-y+2) \times (-y)$
 $= 6x^2 - 2xy + 4x - 3xy + y^2 - 2y$
 $= 6x^2 - 5xy + y^2 + 4x - 2y$
- ⑤(1) $(x+2)(x+5) = x^2 + (2+5)x + 2 \times 5$
 $= x^2 + 7x + 10$
- (2) $(y-4)(y-7)$
 $= y^2 + (-4-7)y + (-4) \times (-7)$
 $= y^2 - 11y + 28$
- (3) $(a-1)(a+6) = a^2 + (-1+6)a + (-1) \times 6$
 $= a^2 + 5a - 6$
- (4) $(a+8)^2 = a^2 + 2 \times a \times 8 + 8^2$
 $= a^2 + 16a + 64$
- (5) $(2x-5)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$
 $= 4x^2 - 20x + 25$
- (6) $(-3x+y)^2 = (-3x)^2 + 2 \times (-3x) \times y + y^2$
 $= 9x^2 - 6xy + y^2$
- (7) $(5a+1)(5a-1) = (5a)^2 - 1^2$
 $= 25a^2 - 1$
- (8) $(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^2 - (3y)^2$
 $= 4x^2 - 9y^2$

- ⑥(1) $(x-2)^2 + (x-1)(x+3)$
 $= x^2 - 4x + 4 + x^2 + 2x - 3$
 $= 2x^2 - 2x + 1$
- (2) $(x+3)(x+4) - x(x+6)$
 $= x^2 + 7x + 12 - x^2 - 6x$
 $= x + 12$
- (3) $(2a+1)(2a-1) + (2a-3)^2$
 $= 4a^2 - 1 + 4a^2 - 12a + 9$
 $= 8a^2 - 12a + 8$
- (4) $(x+2y)^2 - (x+3y)(x-3y)$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 - (x^2 - 9y^2)$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 - x^2 + 9y^2$
 $= 4xy + 13y^2$
- ⑦(2) x の係数が $3a$ だから、
 $3a = 6$
 $a = 2$
 x の係数が $2b+3$ だから、
 $2b+3 = 11$
 $b = 4$
 このとき、
 $(2x+1)(3x+4) = 6x^2 + 11x + 4$
 よって、 $c = 4$

2 因数分解

【解答】

- ①(1) 素数 (2) ㉞ 因数 ㉟ 素因数
 (3) 素因数分解 (4) 因数分解
- ② 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37
- ③(1) $2^2 \times 7$ (2) $2 \times 5 \times 7$ (3) $2^2 \times 5^2$
 (4) $3^3 \times 5$ (5) 2^8 (6) $2^2 \times 3^4$
- ④(1) $b(a+c)$ (2) $3a(2x-1)$
 (3) $2m(2x+3y)$ (4) $5ab(a-2b)$
 (5) $x(a-b+c)$ (6) $2x(x-2y+3)$
- ⑤(1) $(x+9)(x-9)$ (2) $(2a+5)(2a-5)$
 (3) $(4a+1)(4a-1)$ (4) $(6+m)(6-m)$
 (5) $(5x+7y)(5x-7y)$
 (6) $(9m+5n)(9m-5n)$
- ⑥(1) $(x+4)^2$ (2) $(a-5)^2$
 (3) $(m-7)^2$ (4) $(2x+1)^2$
 (5) $(3a+2b)^2$ (6) $(5m-n)^2$
- ⑦(1) $(x+3)(x+5)$ (2) $(x-4)(x+6)$
 (3) $(x+5)(x-6)$ (4) $(x+2)(x-9)$
 (5) $(x-5)(x-7)$ (6) $(x-6)(x+9)$
- ⑧(1) 6 は素因数ではないので、
 $180 = 5 \times 2^2 \times 3^2$
 と書かなくてはいけない。
 (2) 42, 60, 66, 70, 78, 84, 90

【解説】

- ①(1) 2, 3, 5, 7 のように、それより小さい自然数の積の形で表せない自然数を素数という。
- (2) 整数が、いくつかの整数の積で表されるとき、その1つ1つの数を、もとの数の因数という。このうち、素数である因数を素因数という。
- (3) 自然数を素数の積として表すことを素因数分解するという。
- (4) 多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、その多項式を因数分解するという。
- ② 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40

③(1) $2 \overline{)28}$ (2) $2 \overline{)70}$ (3) $2 \overline{)100}$
 $2 \overline{)14}$ $5 \overline{)35}$ $2 \overline{)50}$
 7 7 $5 \overline{)25}$
 5

(4) $3 \overline{)135}$ (5) $2 \overline{)256}$ (6) $2 \overline{)324}$
 $3 \overline{)45}$ $2 \overline{)128}$ $2 \overline{)162}$
 $3 \overline{)15}$ $2 \overline{)64}$ $3 \overline{)81}$
 5 $2 \overline{)32}$ $3 \overline{)27}$
 $2 \overline{)16}$ $2 \overline{)8}$
 $2 \overline{)4}$ 3
 2

④ 共通な因数をかつこの外にとり出す。

⑤(1) $x^2 - 81 = x^2 - 9^2$
 $= (x+9)(x-9)$
(2) $4a^2 - 25 = (2a)^2 - 5^2$
 $= (2a+5)(2a-5)$
(3) $16a^2 - 1 = (4a)^2 - 1^2$
 $= (4a+1)(4a-1)$
(4) $36 - m^2 = 6^2 - m^2$
 $= (6+m)(6-m)$
(5) $25x^2 - 49y^2 = (5x)^2 - (7y)^2$
 $= (5x+7y)(5x-7y)$
(6) $81m^2 - 25n^2 = (9m)^2 - (5n)^2$
 $= (9m+5n)(9m-5n)$

⑥(1) $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$
 $= (x+4)^2$
(2) $a^2 - 10a + 25 = a^2 - 2 \times a \times 5 + 5^2$
 $= (a-5)^2$
(3) $m^2 - 14m + 49 = m^2 - 2 \times m \times 7 + 7^2$
 $= (m-7)^2$
(4) $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$
 $= (2x+1)^2$
(5) $9a^2 + 12ab + 4b^2 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 2b + (2b)^2$
 $= (3a+2b)^2$
(6) $25m^2 - 10mn + n^2 = (5m)^2 - 2 \times 5m \times n + n^2$
 $= (5m-n)^2$

⑦(1) $x^2 + \boxed{8}x + 15$
和 積
積が 15, 和が 8 となる 2 数は, 3, 5
 $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$
(2) $x^2 + \boxed{2}x - 24$
和 積
積が -24, 和が 2 となる 2 数は, -4, 6
 $x^2 + 2x - 24 = (x-4)(x+6)$

(3) $x^2 - \boxed{1}x - 30$
和 積
積が -30, 和が -1 となる 2 数は, 5, -6
 $x^2 - x - 30 = (x+5)(x-6)$

(4) $x^2 - \boxed{7}x - 18$
和 積
積が -18, 和が -7 となる 2 数は, 2, -9
 $x^2 - 7x - 18 = (x+2)(x-9)$

(5) $x^2 - \boxed{12}x + 35$
和 積
積が 35, 和が -12 となる 2 数は, -5, -7
 $x^2 - 12x + 35 = (x-5)(x-7)$

(6) $x^2 + \boxed{3}x - 54$
和 積
積が -54, 和が 3 となる 2 数は, -6, 9
 $x^2 + 3x - 54 = (x-6)(x+9)$

⑧(2) $2 \times 3 \times 7 = 42$
 $2 \times 3 \times 11 = 66$
 $2 \times 3 \times 13 = 78$
 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $2^2 \times 3 \times 7 = 84$
 $2 \times 3^2 \times 5 = 90$
 $2 \times 5 \times 7 = 70$

3 いろいろな因数分解

【解答】

①(1) ① m ① $(x+2)$
(2) ② $(A-2)$ ① $(x+y-2)$
②(1) $2(a-3)^2$ (2) $4(x-1)(x+3)$
(3) $5(3+m)(3-m)$ (4) $-(x+2)(x-7)$
(5) $5a(b+2)(b-2)$ (6) $2y(x-1)(x-3)$
(7) $3m(x-1)^2$
(8) $-3a(b-1)(b-2)$
(9) $2y(2x+3)(2x-3)$
(10) $x(x+4)(x-8)$
(11) $3y(2x+3z)(2x-3z)$
(12) $2a(3b-2)^2$
③(1) $(x-1)(x+5)$
(2) $(a+b-2)(a+b-3)$
(3) $(x+2y-2)^2$ (4) $(2x-7)^2$
(5) $(x+y+5)(x+y-5)$
(6) $(a-b+2c)(a-b-2c)$
(7) $(x+1)(y-3)$ (8) $(a-b)(x+y)$
(9) $(x-2)(3y-1)$ (10) $(x+2y)(m-2)$
(11) $(x+3+y)(x+3-y)$
(12) $(a-b+c)(a-b-c)$
(13) $(x+3)(y+3)$ (14) $(2a-3)(b-4)$
④(1) ① 9, ① 3 ② 36, ① 6
(2) 3, 9

【解説】

①(1) $mx^2 + 3mx + 2m = m(x^2 + 3x + 2)$
 $= m(x+1)(x+2)$
(2) $x+y=A$ とおくと,
 $(x+y)^2 - 4 = A^2 - 4$
 $= (A+2)(A-2)$
 $= (x+y+2)(x+y-2)$
②(1) $2a^2 - 12a + 18 = 2(a^2 - 6a + 9)$
 $= 2(a-3)^2$
(2) $4x^2 + 8x - 12 = 4(x^2 + 2x - 3)$
 $= 4(x-1)(x+3)$
(3) $45 - 5m^2 = 5(9 - m^2)$
 $= 5(3+m)(3-m)$
(4) $-x^2 + 5x + 14 = -(x^2 - 5x - 14)$
 $= -(x+2)(x-7)$

(5) $5ab^2 - 20a = 5a(b^2 - 4)$
 $= 5a(b+2)(b-2)$
(6) $2x^2y - 8xy + 6y = 2y(x^2 - 4x + 3)$
 $= 2y(x-1)(x-3)$
(7) $3mx^2 - 6mx + 3m = 3m(x^2 - 2x + 1)$
 $= 3m(x-1)^2$
(8) $-3ab^2 + 9ab - 6a = -3a(b^2 - 3b + 2)$
 $= -3a(b-1)(b-2)$
(9) $8x^2y - 18y = 2y(4x^2 - 9)$
 $= 2y(2x+3)(2x-3)$
(10) $x^3 - 4x^2 - 32x = x(x^2 - 4x - 32)$
 $= x(x+4)(x-8)$
(11) $12x^2y - 27yz^2 = 3y(4x^2 - 9z^2)$
 $= 3y(2x+3z)(2x-3z)$
(12) $18ab^2 - 24ab + 8a = 2a(9b^2 - 12b + 4)$
 $= 2a(3b-2)^2$

③(1) $(x+1)^2 + 2(x+1) - 8$ $\leftarrow x+1=A$ とおく
 $= A^2 + 2A - 8$
 $= (A-2)(A+4)$
 $= (x-1)(x+5)$
(2) $(a+b)^2 - 5(a+b) + 6$ $\leftarrow a+b=A$ とおく
 $= A^2 - 5A + 6$
 $= (A-2)(A-3)$
 $= (a+b-2)(a+b-3)$
(3) $(x+2y)^2 - 4(x+2y) + 4$ $\leftarrow x+2y=A$ とおく
 $= A^2 - 4A + 4$
 $= (A-2)^2$
 $= (x+2y-2)^2$
(4) $4(x-3)^2 - 4(x-3) + 1$ $\leftarrow x-3=A$ とおく
 $= 4A^2 - 4A + 1$
 $= (2A-1)^2$
 $= (2x-7)^2$
(5) $(x+y)^2 - 25$ $\leftarrow x+y=A$ とおく
 $= A^2 - 25$
 $= (A+5)(A-5)$
 $= (x+y+5)(x+y-5)$
(6) $(a-b)^2 - 4c^2$ $\leftarrow a-b=A$ とおく
 $= A^2 - (2c)^2$
 $= (A+2c)(A-2c)$
 $= (a-b+2c)(a-b-2c)$
(7) $(x+1)y - 3(x+1)$ $\leftarrow x+1=A$ とおく
 $= Ay - 3A$
 $= A(y-3)$
 $= (x+1)(y-3)$

$$\begin{aligned} (8) \quad & (a-b)x + (a-b)y \quad \leftarrow a-b=A \text{ とおく} \\ & = Ax + Ay \\ & = A(x+y) \\ & = (a-b)(x+y) \end{aligned}$$

$$(9) \quad 3y(x-2) - x + 2 = 3y(x-2) - (x-2) \\ = (x-2)(3y-1)$$

$$(10) \quad m(x+2y) - 2x - 4y \\ = m(x+2y) - 2(x+2y) \\ = (x+2y)(m-2)$$

$$(11) \quad x^2 + 6x + 9 - y^2 = (x+3)^2 - y^2 \\ = (x+3+y)(x+3-y)$$

$$(12) \quad a^2 - 2ab + b^2 - c^2 = (a-b)^2 - c^2 \\ = (a-b+c)(a-b-c)$$

$$(13) \quad xy + 3x + 3y + 9 = (x+3)y + 3(x+3) \\ = (x+3)(y+3)$$

$$(14) \quad 2ab - 8a - 3b + 12 = (2a-3)b - 4(2a-3) \\ = (2a-3)(b-4)$$

④(2) 積が -10 になる 2 つの整数の積は、
 $-1 \times 10, -2 \times 5, 2 \times (-5), 1 \times (-10)$
 このうち、和が自然数になるのは、
 $-1 + 10 = 9$
 $-2 + 5 = 3$

4 式の計算の利用

【解答】

①(1) ㉞ $n+4$ ㉟ $(n+2)^2$ ㊱ $n+2$

②(1) 10201 (2) 39204 (3) 2499

(4) 9996 (5) 5000 (6) 247

③(1) 263 (2) 40000 (3) 0 (4) 2500

④(1) 連続する 3 つの整数は $n-1, n, n+1$ と表せるから、

$$n^2 - (n-1)(n+1) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$$

よって、中央の数の 2 乗から、残りの 2 つの整数の積をひいた差は、必ず 1 になる。

(2) 2 つの奇数を $2m+1, 2n+1$ とすると、

これらの 2 乗の差は、

$$(2m+1)^2 - (2n+1)^2$$

$$= 4m^2 + 4m + 1 - (4n^2 + 4n + 1)$$

$$= 4(m^2 + m - n^2 - n)$$

$m^2 + m - n^2 - n$ は整数だから、これは 4 の倍数である。

⑤(1) 840 cm²

$$(2) \quad S = (2a+p)(2a+q) - pq \\ = 4a^2 + 2ap + 2aq \quad \dots \text{①}$$

$$\text{また、} \ell = 2\{(p+a) + (q+a)\}$$

$$= 2(2a+p+q)$$

$$\text{だから、} a\ell = 2a(2a+p+q)$$

$$= 4a^2 + 2ap + 2aq \quad \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②より、} S = a\ell$$

⑥(1) ㉞ $\dots 124 \times 126 = (125-1)(125+1) \\ = 125^2 - 1$

㉟ $\dots 123 \times 127 = (125-2)(125+2) \\ = 125^2 - 4$

だから、㉞の方が大きい。

(2) P の面積は、

$$\frac{1}{2} \times \pi(a+b)^2 + \frac{1}{2} \times \pi a^2 - \frac{1}{2} \times \pi b^2$$

$$= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 + a^2 - b^2\}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2a^2 + 2ab) = \pi a(a+b)$$

Q の面積は、

$$\frac{1}{2} \times \pi(a+b)^2 - \frac{1}{2} \times \pi a^2 + \frac{1}{2} \times \pi b^2$$

$$= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 - a^2 + b^2\}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) = \pi b(a+b)$$

よって、P と Q の面積の比は $a:b$ である。

【解説】

① 差が 4 である 2 つの整数のうち、小さい方を n とすると、

大きい方は、 $n+4$

これらの積に 4 を加えた数は、

$$n(n+4) + 4 = n^2 + 4n + 4 \\ = (n+2)^2$$

これは整数 $n+2$ の 2 乗である。

②(1) $101^2 = (100+1)^2 \\ = 10000 + 200 + 1 = 10201$

(2) $198^2 = (200-2)^2 \\ = 40000 - 800 + 4 = 39204$

(3) $51 \times 49 = (50+1)(50-1) \\ = 2500 - 1 = 2499$

(4) $102 \times 98 = (100+2)(100-2) \\ = 10000 - 4 = 9996$

(5) $75^2 - 25^2 = (75+25)(75-25) \\ = 100 \times 50 = 5000$

(6) $124^2 - 123^2 = (124+123)(124-123) \\ = 247$

③(1) $(3+x)(3-x) + (x-1)(x+6) \\ = 9 - x^2 + x^2 + 5x - 6$

$$= 5x + 3$$

$$= 5 \times 52 + 3 = 263$$

(2) $a^2 + 6a + 9 = (a+3)^2 \\ = 20^2 = 40000$

(3) $(2x+y)^2 - (x+2y)^2 \\ = 4x^2 + 4xy + y^2 - (x^2 + 4xy + 4y^2)$

$$= 3(x^2 - y^2)$$

$$= 3(x+y)(x-y) = 0$$

(4) $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2 \\ = 50^2 = 2500$

④(2) $(2m+1)^2 - (2n+1)^2$ を計算して、 $4 \times (\text{整数})$ を導く。

⑤(1) $37^2 - 23^2 = (37+23)(37-23) \\ = 60 \times 14 = 840 \text{ (cm}^2\text{)}$

5 平方根

【解答】

①(1) 平方根 (2) ㉞ \sqrt{a} ㉟ $-\sqrt{a}$

(3) 根号 (4) ㉞ 有理数 ㉟ 無理数

②(1) ① ± 3 ② ± 8 ③ ± 20

④ ± 0.5 ⑤ $\pm \frac{1}{4}$ ⑥ $\pm \frac{2}{9}$

(2) ① $\pm \sqrt{6}$ ② $\pm \sqrt{1.3}$ ③ $\pm \sqrt{\frac{5}{7}}$

(3) ① 6 ② -10 ③ $\frac{3}{5}$

(4) ① 7 ② 18 ③ $\frac{3}{4}$

③(1) $\sqrt{5} < \sqrt{7}$ (2) $4 > \sqrt{14}$

(3) $\sqrt{40} > 6$ (4) $1 > \sqrt{0.7}$

(5) $-\sqrt{11} > -\sqrt{13}$ (6) $-7 > -\sqrt{50}$

(7) $3 < \sqrt{10} < 4$ (8) $\sqrt{30} < 6 < \sqrt{37}$

④ 小数第 1 位 $\dots 4$, 小数第 2 位 $\dots 7$

⑤(1) 有理数 \dots ㉞, ㉟, ㊱, ㊲

無理数 \dots ㉟, ㊱

(2) ㉞ A ㉟ C ㊱ B ㊲ D

⑥(1) B (2) $\sqrt{10}$ cm

【解説】

①(1) 2 乗すると a になる数を、 a の平方根という。

(2) 正の数 a の平方根を、記号 $\sqrt{\quad}$ を使って、正の方は \sqrt{a} 、負の方は $-\sqrt{a}$ と表す。

(3) 記号 $\sqrt{\quad}$ を根号という。

(4) 整数 m と、0 でない整数 n を使って、分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を有理数といい、有理数でない数を無理数という。

②(3) ① $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ ② $-\sqrt{100} = -\sqrt{10^2} = -10$

③ $\sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$

③(2) $4 = \sqrt{16}$

$16 > 14$ だから、 $\sqrt{16} > \sqrt{14}$

$4 > \sqrt{14}$

(3) $6 = \sqrt{36}$

$40 > 36$ だから、 $\sqrt{40} > \sqrt{36}$

$\sqrt{40} > 6$

- (4) $1 = \sqrt{1}$
 $1 > 0.7$ だから、 $\sqrt{1} > \sqrt{0.7}$
 $1 > \sqrt{0.7}$
- (5) $11 < 13$ だから、 $\sqrt{11} < \sqrt{13}$
 $-\sqrt{11} > -\sqrt{13}$
- (6) $7 = \sqrt{49}$
 $49 < 50$ だから、 $\sqrt{49} < \sqrt{50}$
 $-7 > -\sqrt{50}$
- (7) $9 < 10 < 16$ だから、 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$
 $3 < \sqrt{10} < 4$
- (8) $30 < 36 < 37$ だから、 $\sqrt{30} < \sqrt{36} < \sqrt{37}$
 $\sqrt{30} < 6 < \sqrt{37}$

- ④ $4.47^2 < 20 < 4.48^2$ だから、
 $4.47 < \sqrt{20} < 4.48$
 小数第1位…4, 小数第2位…7

⑤(1) $-\sqrt{25} = -5$, $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

- ⑥(1) $5^2 < 30 < 6^2$ だから、
 $5 < \sqrt{30} < 6$

- (2) 面積は、
 $4^2 - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right) \times 4 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$
 だから、1辺の長さは、
 $\sqrt{10} \text{ cm}$

6 根号をふくむ式の計算(1)

【解答】

- ①(1) ① \sqrt{ab} ① $\sqrt{\frac{a}{b}}$ [または $\frac{\sqrt{ab}}{b}$]
 (2) ② 有理化 ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ②(1) $\sqrt{35}$ (2) -6 (3) $\sqrt{39}$
 (4) $-\sqrt{3}$ (5) $\sqrt{7}$ (6) -2
 (7) 2 (8) $-\sqrt{5}$
- ③(1) ① $\sqrt{32}$ ② $\sqrt{63}$ ③ $\sqrt{125}$
 (2) ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $6\sqrt{3}$
- ④(1) $3\sqrt{6}$ (2) $10\sqrt{6}$ (3) $15\sqrt{6}$
 (4) 30 (5) $7\sqrt{6}$ (6) $6\sqrt{22}$
 (7) $5\sqrt{91}$ (8) $42\sqrt{6}$
- ⑤(1) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{7}$ (3) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
 (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ (6) $\sqrt{5}$
- ⑥(1) 4.242 (2) 17.32 (3) 7.07
- ⑦(1) (例) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$
 (2) $\sqrt{2}$ 倍

【解説】

- ①(1) 正の数 a, b について、

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

- (2) 分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形することを、
 分母を有理化するという。

(例) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{3}$

②(1) $\sqrt{7} \times \sqrt{5} = \sqrt{7 \times 5}$
 $= \sqrt{35}$

(2) $(-\sqrt{2}) \times \sqrt{18} = -\sqrt{2 \times 18}$
 $= -6$

(3) $(-\sqrt{13}) \times (-\sqrt{3}) = \sqrt{13 \times 3}$
 $= \sqrt{39}$

(4) $(-\sqrt{21}) \div \sqrt{7} = -\sqrt{\frac{21}{7}}$
 $= -\sqrt{3}$

(5) $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{35}{5}}$
 $= \sqrt{7}$

(6) $\sqrt{44} \div (-\sqrt{11}) = -\sqrt{\frac{44}{11}}$
 $= -2$

(7) $\sqrt{14} \times \sqrt{2} \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{14 \times 2}}{\sqrt{7}}$
 $= \sqrt{\frac{14 \times 2}{7}} = 2$

(8) $\sqrt{10} \div (-\sqrt{6}) \times \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{10} \times \sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
 $= -\sqrt{\frac{10 \times 3}{6}} = -\sqrt{5}$

③(1) ① $4\sqrt{2} = \sqrt{4^2 \times 2} = \sqrt{32}$ ② $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}$

③ $5\sqrt{5} = \sqrt{5^2 \times 5} = \sqrt{125}$

(2) ① $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{90} = \sqrt{3^2 \times 10} = 3\sqrt{10}$

③ $\sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3}$

④(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{18} = \sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{12} \times 5\sqrt{2} = 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{50} \times \sqrt{27} = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} = 15\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{20} \times \sqrt{45} = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 6 \times 5 = 30$

(5) $\sqrt{14} \times \sqrt{21} = \sqrt{2 \times 7} \times \sqrt{3 \times 7} = 7\sqrt{6}$

(6) $2\sqrt{6} \times \sqrt{33} = 2\sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 11} = 2\sqrt{2 \times 3^2 \times 11} = 6\sqrt{22}$

(7) $\sqrt{35} \times \sqrt{65} = \sqrt{5 \times 7} \times \sqrt{5 \times 13} = 5\sqrt{91}$

(8) $3\sqrt{7} \times 2\sqrt{42} = 3\sqrt{7} \times 2\sqrt{6 \times 7} = 6\sqrt{6 \times 7^2} = 42\sqrt{6}$

⑤(1) $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$

(3) $\frac{8}{\sqrt{6}} = \frac{8 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$ (4) $\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\frac{4}{\sqrt{28}} = \frac{4}{2\sqrt{7}} = \frac{2 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

(6) $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$
 $= \frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \sqrt{5}$

⑥(1) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2} = 3 \times 1.414 = 4.242$

(2) $\sqrt{300} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.732 = 17.32$

(3) $\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 5\sqrt{2} = 5 \times 1.414 = 7.07$

- ⑦(2) Aの面積をSとすると、Bの面積は2Sとなり、
 Aの1辺の長さは \sqrt{S}
 Bの1辺の長さは $\sqrt{2S}$
 $\sqrt{2S} \div \sqrt{S} = \sqrt{2}$ (倍)

7 根号をふくむ式の計算(2)

【解答】

- ① (m+n) ④ (m-n)
 ② 5√5 ⑤ 2√3 ⑥ 3√3
- ②(1) 10√5 (2) 0
 (3) √2 - √6 (4) -2√7 + 2
 (5) 5√3 (6) √7
 (7) √3 (8) 13√5
- ③(1) 3√3 (2) $\frac{11\sqrt{7}}{7}$
 (3) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (4) -4√3
- ④(1) 10 + √6 (2) 10 - 3√5
 (3) 4 - 3√3 (4) 7√3 + 8√2
 (5) 17 - 4√15 (6) -4 - 5√10
 (7) 12 + 6√2 (8) 1 - √3
- ⑤(1)① 16 ② 8√5
 (2) 8

⑥(1) a = 17, 18, 19, 20 (2) a = 7

⑦ 大きい正方形の1辺の長さは、

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

また、大きい正方形の面積は、

$$3 \times 4 = 12$$

だから、1辺の長さは√12である。

よって、2√3 = √12 が成り立つ。

【解説】

① 根号をふくむ式の和と差

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$$

(例)① $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

② $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

②(2) $\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (1-5+4)\sqrt{3} = 0$

(3) $4\sqrt{2} - \sqrt{6} - 3\sqrt{2} = (4-3)\sqrt{2} - \sqrt{6} = \sqrt{2} - \sqrt{6}$

(4) $2\sqrt{7} - 3 - 4\sqrt{7} + 5 = (2-4)\sqrt{7} - 3 + 5 = -2\sqrt{7} + 2$

(5) $2\sqrt{3} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{63} - \sqrt{28} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$

(7) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3}$

(8) $3\sqrt{20} - \sqrt{45} + 2\sqrt{125} = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 10\sqrt{5} = 13\sqrt{5}$

③(1) $\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

(2) $2\sqrt{7} - \frac{6}{\sqrt{28}} = 2\sqrt{7} - \frac{6}{2\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{11\sqrt{7}}{7}$

(3) $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \frac{4}{\sqrt{32}} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{4}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

(4) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{5}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} = \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$

④(1) $\sqrt{2}(5\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} \times 5\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 10 + \sqrt{6}$

(2) $\sqrt{5}(\sqrt{20} - 3) = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} - \sqrt{5} \times 3 = 10 - 3\sqrt{5}$

(3) $(\sqrt{3} - 2)(2\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \times 1 - 2 \times 2\sqrt{3} - 2 \times 1 = 6 + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 2 = 4 - 3\sqrt{3}$

(4) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} + 5) = \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \sqrt{2} \times 5 + \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times 5 = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3} + 8\sqrt{2}$

(5) $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 12 - 4\sqrt{15} + 5 = 17 - 4\sqrt{15}$

(6) $(\sqrt{10} + 2)(\sqrt{10} - 7) = (\sqrt{10})^2 + (2-7)\sqrt{10} - 2 \times 7 = 10 - 5\sqrt{10} - 14 = -4 - 5\sqrt{10}$

(7) $(3\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3) = 18 + 6\sqrt{2} + 1 + 2 - 9 = 12 + 6\sqrt{2}$

(8) $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 5) = 2 - 2 \times 2\sqrt{3} + 6 + 3 + 3\sqrt{3} - 10 = 1 - \sqrt{3}$

⑤(1)① $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = (\sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 2)^2 = 4^2 = 16$

② $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$

(2) $(2x+y)^2 - (2x-y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) = 8xy = 8(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 8$

⑥(1) $4^2 < (\sqrt{a})^2 < 4.5^2$ より、
 $16 < a < 20.25$
 $a = 17, 18, 19, 20$

(2) $\sqrt{28a} = \sqrt{2^2 \times 7 \times a}$

$a = 7$ のとき、

$$\sqrt{28a} = 2 \times 7$$

$$= 14$$

$$a = 7$$

⑦ 大きい正方形の1辺の長さを2通りの方法で表す。

8 二次方程式とその解き方

【解答】

①(1) 二次方程式

(2) 解 ④ 解く

(3) $\pm\sqrt{k}$

②(1) ⑤ (2) -1, 2

③(1) $x = \pm\sqrt{15}$ (2) $x = \pm 8$

(3) $x = \pm\sqrt{7}$ (4) $x = \pm 5$

(5) $x = \pm\frac{1}{2}$ (6) $x = \pm 2\sqrt{5}$

(7) $x = \pm\frac{\sqrt{5}}{4}$ (8) $x = \pm\frac{\sqrt{14}}{9}$

④(1) $x = -3 \pm \sqrt{2}$ (2) $x = 5 \pm \sqrt{7}$

(3) $x = 7, 1$ (4) $x = 5 \pm \sqrt{10}$

(5) $x = -1 \pm \sqrt{13}$ (6) $x = 7 \pm 2\sqrt{5}$

(7) $x = 3 \pm 2\sqrt{2}$ (8) $x = -4 \pm \sqrt{5}$

(9) $x = 2 \pm \sqrt{6}$ (10) $x = 1, -7$

⑤(1)① ⑦ 4 ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$

(2)① $x = -1 \pm \sqrt{6}$ ② $x = 2 \pm \sqrt{11}$

③ $x = 3 \pm 2\sqrt{2}$ ④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$

⑥(1) $x^2 = 3$ [または $x^2 - 3 = 0$]

(2) $(x-1)^2 = 2$ [または $x^2 - 2x - 1 = 0$]

【解説】

①(1) 移項して整理すると、(xの二次式)=0という形になる方程式を、xについての二次方程式という。

(2) 二次方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の解といい、解をすべて求めることを二次方程式を解くという。

(3) $k > 0$ のとき、 $x^2 = k$ の解は、 $x = \pm\sqrt{k}$

② xに値を代入して、等式が成り立つものを選ぶ。

③(1) $x^2 - 15 = 0$ (2) $x^2 - 64 = 0$

$$x^2 = 15 \qquad x^2 = 64$$

$$x = \pm\sqrt{15} \qquad x = \pm 8$$

(3) $2x^2 - 14 = 0$ (4) $3x^2 - 75 = 0$

$$x^2 = 7 \qquad x^2 = 25$$

$$x = \pm\sqrt{7} \qquad x = \pm 5$$

- ④ 10個の標本は、順に
27, 22, 28, 28, 31, 26, 28, 30, 22, 24
平均値を求めると、

$$\frac{266}{10} = 26.6 \text{ (m)}$$

- ⑤(1) 抽出した300世帯のうち、A新聞を購読している割合は、

$$\frac{85}{300} = \frac{17}{60}$$

よって、A新聞を購読している世帯は、

$$48000 \times \frac{17}{60} = 13600 \text{ (世帯)}$$

- (2) 取り出した白い基石と黒い基石の個数の比は、

$$42 : 12 = 7 : 2$$

よって、もとの白い基石の個数は、

$$100 \times \frac{7}{2} = 350 \text{ (個)}$$

1 式の展開と因数分解

【解答】

①(1) ㉞ $x^2 + (a+b)x + ab$ ㉟ $a^2 + 2ab + b^2$

㉟ $a^2 - 2ab + b^2$ ㊱ $a^2 - b^2$

(2) 因数分解

②(1) $15x^2 - 12xy$ (2) $-10a^2 + 35ab - 20a$

(3) $6a - 15$ (4) $-9x - 6$

③(1) $xy - 5x + 2y - 10$

(2) $3a^2 + 5ab - 2b^2 + 4a + 8b$

(3) $x^2 + 4x - 45$ (4) $9x^2 - 48xy + 64y^2$

(5) $16 - 49a^2$ (6) $m^2 - \frac{n^2}{4}$

(7) $a^2 + 2ab + b^2 + 10a + 10b + 25$

(8) $a^2 - 2ab + b^2 - 9$

④(1) $2x^2 - 10x + 1$ (2) $30a - 41$

(3) $17x - 8$ (4) $24xy$

⑤(1) $2a(x+2y-3z)$ (2) $5ab(2a-5b)$

(3) $(x+2)(x-12)$ (4) $(4m-1)^2$

(5) $3x(y+5)(y-5)$ (6) $2a(x-3)(x+7)$

(7) $(x+2)(x+1)$

(8) $(a-b+9)(a-b-9)$

(9) $(a-2)(b+4)$ (10) $(x-5)(y+3)$

⑥(1) 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79

(2) ① 3×5^2 ② $2^2 \times 3 \times 13$ ③ $2^6 \times 5$

(3) 12 (4) 7

⑦(1) ① 39991 ② 125000

(2) 713 (3) 81 (4) 0

(5) Aの方がBより100 cm²だけ大きい

- ⑧(1) 連続する4つの整数を $n, n+1, n+2, n+3$ とすると、

$$(n+1)(n+2) - n(n+3)$$

$$= n^2 + 3n + 2 - n^2 - 3n = 2$$

よって、中央の2数の積から残りの2数の積をひいた差は、必ず2となる。

- (2) 差が3である2つの整数を $n, n+3$ とすると、

$$(n+3)^2 - n^2 = n^2 + 6n + 9 - n^2$$

$$= 6n + 9 \quad \dots \text{①}$$

また、もとの2つの数の和の3倍は、

$$3\{n + (n+3)\} = 6n + 9 \quad \dots \text{②}$$

①, ②より、大きい方の2乗から小さい方の2乗をひいた差は、もとの2つの数の和の3倍に等しい。

- ⑨ 池の半径を x m とすると、

$$\begin{aligned} S &= \pi(x+a)^2 - \pi x^2 \\ &= \pi(x^2 + 2ax + a^2) - \pi x^2 \\ &= \pi(2ax + a^2) \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

道の真ん中を通る円の直径は $(2x+a)$ m であるから、

$$\ell = \pi(2x+a)$$

したがって、 $a\ell = \pi(2ax+a^2)$ \dots ②

①, ②より、 $S = a\ell$

- ⑩(1) ・答えの下2けたは、25になる。

・その上の2けたは、十の位の数とそれに1を加えた数の積になる。

- (2) もとの自然数の十の位の数を a とすると、

この自然数の2乗は、

$$\begin{aligned} (10a+5)^2 &= 100a^2 + 100a + 25 \\ &= 100a(a+1) + 25 \end{aligned}$$

よって、下2けたは25で、その上の2けたは $a(a+1)$ であり、これは十の位の数とそれに1を加えた数の積である。

【解説】

- ①(1) 乗法の公式

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- (2) 多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、その多項式を**因数分解**するという。

②(1) $(5x-4y) \times 3x = 5x \times 3x - 4y \times 3x$

$$= 15x^2 - 12xy$$

(2) $-5a(2a-7b+4)$

$$= -5a \times 2a + 5a \times 7b - 5a \times 4$$

$$= -10a^2 + 35ab - 20a$$

(3) $(2a^2-5a) \div \frac{a}{3} = (2a^2-5a) \times \frac{3}{a}$

$$= 6a - 15$$

(4) $(6x^2y+4xy) \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)$

$$= (6x^2y+4xy) \times \left(-\frac{3}{2xy}\right)$$

$$= -9x - 6$$

③(2) $(a+2b)(3a-b+4)$

$$= a(3a-b+4) + 2b(3a-b+4)$$

$$= 3a^2 - ab + 4a + 6ab - 2b^2 + 8b$$

$$= 3a^2 + 5ab - 2b^2 + 4a + 8b$$

(3) $(x-5)(x+9) = x^2 + (-5+9)x - 5 \times 9$
 $= x^2 + 4x - 45$

(4) $(3x-8y)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 8y + (8y)^2$
 $= 9x^2 - 48xy + 64y^2$

(5) $(4+7a)(4-7a) = 4^2 - (7a)^2$
 $= 16 - 49a^2$

(6) $\left(m + \frac{n}{2}\right)\left(m - \frac{n}{2}\right) = m^2 - \left(\frac{n}{2}\right)^2$
 $= m^2 - \frac{n^2}{4}$

(7) $(a+b+5)^2$ $\left\{ \begin{array}{l} \longleftarrow a+b=X \text{ とおく} \\ \longleftarrow \end{array} \right.$
 $= (X+5)^2$

$$= X^2 + 10X + 25$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 10a + 10b + 25$$

(8) $(a-b+3)(a-b-3)$ $\left\{ \begin{array}{l} \longleftarrow a-b=X \text{ とおく} \\ \longleftarrow \end{array} \right.$
 $= (X+3)(X-3)$

$$= X^2 - 9$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - 9$$

④(1) $(x+3)(x-5) + (x-4)^2$

$$= x^2 - 2x - 15 + x^2 - 8x + 16$$

$$= 2x^2 - 10x + 1$$

(2) $(3a+4)(3a-4) - (3a-5)^2$

$$= 9a^2 - 16 - (9a^2 - 30a + 25)$$

$$= 9a^2 - 16 - 9a^2 + 30a - 25$$

$$= 30a - 41$$

(3) $2(x-1)(x+6) - (2x+1)(x-4)$

$$= 2(x^2 + 5x - 6) - (2x^2 - 8x + x - 4)$$

$$= 2x^2 + 10x - 12 - 2x^2 + 7x + 4$$

$$= 17x - 8$$

(4) $(3x+2y)^2 - (3x-2y)^2$

$$= 9x^2 + 12xy + 4y^2 - (9x^2 - 12xy + 4y^2)$$

$$= 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2$$

$$= 24xy$$

⑤(3) $x^2 - 10x - 24$

和 積

和が-10、積が-24となる2数は、2, -12

$$x^2 - 10x - 24 = (x+2)(x-12)$$

(4) $16m^2 - 8m + 1 = (4m)^2 - 2 \times 4m \times 1 + 1^2$

$$= (4m-1)^2$$

(5) $3xy^2 - 75x = 3x(y^2 - 25)$

$$= 3x(y+5)(y-5)$$

(6) $2ax^2 + 8ax - 42a = 2a(x^2 + 4x - 21)$

$$= 2a(x-3)(x+7)$$

$$(7) (x+5)^2 - 7(x+5) + 12 \quad \leftarrow x+5=A \text{ とおく}$$

$$= A^2 - 7A + 12$$

$$= (A-3)(A-4)$$

$$= (x+2)(x+1)$$

$$(8) (a-b)^2 - 81 \quad \leftarrow a-b=A \text{ とおく}$$

$$= A^2 - 81$$

$$= (A+9)(A-9)$$

$$= (a-b+9)(a-b-9)$$

$$(9) (a-2)b + 4(a-2) \quad \leftarrow a-2=A \text{ とおく}$$

$$= Ab + 4A$$

$$= A(b+4)$$

$$= (a-2)(b+4)$$

$$(10) xy + 3x - 5y - 15 = (x-5)y + 3(x-5)$$

$$= (x-5)(y+3)$$

6(2)① $3 \overline{) 75}$ ② $2 \overline{) 156}$ ③ $2 \overline{) 320}$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 3 \overline{) 75} \\ \underline{60} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ 2 \overline{) 156} \\ \underline{104} \\ 52 \\ 26 \\ 2 \overline{) 78} \\ \underline{52} \\ 26 \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ 2 \overline{) 320} \\ \underline{160} \\ 160 \\ 80 \\ 2 \overline{) 160} \\ \underline{80} \\ 80 \\ 40 \\ 2 \overline{) 80} \\ \underline{40} \\ 40 \\ 20 \\ 2 \overline{) 40} \\ \underline{20} \\ 20 \\ 10 \\ 2 \overline{) 20} \\ \underline{10} \\ 10 \\ 5 \end{array}$$

$$(3) 144 = 2^4 \times 3^2 \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 144} \\ \underline{72} \\ 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \end{array}$$

$$(4) 63 = 3^2 \times 7 \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ \underline{21} \\ 21 \\ 7 \end{array}$$

7 をかけると,

$$3^2 \times 7 \times 7 = (3 \times 7)^2$$

$$= 21^2$$

$$7(1)① 203 \times 197 = (200+3)(200-3)$$

$$= 40000 - 9 = 39991$$

$$② 125 \times 55^2 - 125 \times 45^2$$

$$= 125(55^2 - 45^2)$$

$$= 125(55+45)(55-45)$$

$$= 125 \times 100 \times 10 = 125000$$

$$(2) (x+4)(x-4) - (x-3)(x-7)$$

$$= x^2 - 16 - (x^2 - 10x + 21)$$

$$= 10x - 37$$

$$= 10 \times 7.5 - 37$$

$$= 71.5$$

$$(3) 4x^2 + 4xy + y^2 = (2x+y)^2$$

$$= (2 \times 2.7 + 3.6)^2$$

$$= 9^2 = 81$$

$$(4) 3x^2 - 12y^2 = 3(x^2 - 4y^2)$$

$$= 3(x+2y)(x-2y)$$

$$= 3\left(\frac{8}{13} - \frac{8}{13}\right)\left(\frac{8}{13} + \frac{8}{13}\right) = 0$$

$$(5) A \text{ の面積は,}$$

$$a^2 \text{ cm}^2$$

$$B \text{ の面積は,}$$

$$(a+10)(a-10) = a^2 - 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

8 (1)は連続する4つの整数を, (2)は差が3である2つの整数をそれぞれ1つの文字を使って表し, 式の計算を利用する。

9 池の半径を x m として, S, ℓ をそれぞれ x と a の式で表す。

10(1) 答えの下2けたとその上の2けたのそれぞれに注目して予想する。

(2) もとの自然数を文字を使って表して, (1)の予想を証明する。

2 平方根

【解答】

1(1) 平方根 (2) \sqrt{a} ① $-\sqrt{a}$

(3) \sqrt{ab} ① $\sqrt{\frac{a}{b}}$ {または $\frac{\sqrt{ab}}{b}$ }

② $(m+n)$

2(1) 正しくない, ± 8 (2) 正しくない, 10

(3) 正しくない, 7 (4) 正しい

(5) 正しい (6) 正しくない, 1

3(1) 有理数... $\textcircled{2}, \textcircled{7}, \textcircled{8}$

無理数... $\textcircled{1}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{9}$

(2) A $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}, \textcircled{8}, \textcircled{9}$, B $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}, \textcircled{8}, \textcircled{9}$, C $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}, \textcircled{8}, \textcircled{9}$

4(1) $\sqrt{10} < \sqrt{13}$ (2) $5 > 2\sqrt{6}$

(3) $\frac{1}{3} < \frac{1}{\sqrt{3}}$ (4) $-\sqrt{70} < -8$

(5) $5 < \sqrt{35} < 6$ (6) $4 < \sqrt{17} < 3\sqrt{2}$

5(1) $\sqrt{65}$ (2) $-6\sqrt{14}$ (3) $\frac{1}{2}$

(4) $-2\sqrt{7}$ (5) $\sqrt{14}$ (6) $-3\sqrt{5}$

6(1) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ (2) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (3) $\frac{5+\sqrt{5}}{5}$

7(1) 83.7 (2) 0.265 (3) 265

(4) 7.95 (5) 26.5 (6) 0.837

8(1) $4\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{2}$ (4) $-\sqrt{6}$ (5) $3\sqrt{5}$

(6) $5\sqrt{3}$ (7) $4\sqrt{7}$ (8) $-2\sqrt{5}$

(9) $\sqrt{2}$ (10) $7\sqrt{6}$

9(1) $6\sqrt{2} + 3$ (2) $2\sqrt{3} + 2$

(3) $13 - 5\sqrt{5}$ (4) $-13 - \sqrt{7}$

(5) $10 + 6\sqrt{3}$ (6) 14

(7) $-7 + 4\sqrt{7}$ (8) $11 - 3\sqrt{6}$

10(1) 7 (2) $\textcircled{1}$ 4 ② 24 (3) 72

11(1) 10個 (2) $m = 14$

(3) $a = 4, 11, 16, 19, 20$ (4) 6.7 cm

12(1) 8 (2) 13

【解説】

- 1(1) 2乗すると a になる数を, a の平方根という。
- (2) 正の数 a の平方根を, 記号 \sqrt{a} を使って, 正の方は \sqrt{a} , 負の方は $-\sqrt{a}$ と表す。
- (3) 正の数 a, b について,

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

2(3) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7$ (6) $\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$

3(1) $\frac{\sqrt{4}}{3} = \frac{2}{3}$

(2) 点 A は -2 と -1 の間に, 点 C は 2 と 3 の間にある。

$$-2 < -\sqrt{2} < -1, 2 < \sqrt{7} < 3$$

4(2) $5 = \sqrt{25}, 2\sqrt{6} = \sqrt{24}$

$$25 > 24 \text{ だから, } \sqrt{25} > \sqrt{24}$$

$$5 > 2\sqrt{6}$$

(3) $\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{1}{9}}, \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{3} \text{ だから, } \sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{3}$$

(4) $70 > 64$ だから, $\sqrt{70} > \sqrt{64}$

$$-\sqrt{70} < -8$$

(5) $25 < 35 < 36$ だから,

$$\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}$$

$$5 < \sqrt{35} < 6$$

(6) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

$$16 < 17 < 18 \text{ だから,}$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{18}$$

$$4 < \sqrt{17} < 3\sqrt{2}$$

5(1) $\sqrt{13} \times \sqrt{5} = \sqrt{13 \times 5}$

$$= \sqrt{65}$$

(2) $2\sqrt{6} \times (-\sqrt{21}) = -2\sqrt{6 \times 21}$

$$= -2 \times 3\sqrt{14} = -6\sqrt{14}$$

(3) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}} = \sqrt{\frac{7}{28}}$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

(4) $(-4\sqrt{35}) \div 2\sqrt{5} = -\frac{4}{2} \times \sqrt{\frac{35}{5}}$

$$= -2\sqrt{7}$$

(5) $\sqrt{42} \times \sqrt{2} \div \sqrt{6} = \frac{\sqrt{42 \times 2}}{\sqrt{6}}$

$$= \sqrt{\frac{42 \times 2}{6}} = \sqrt{14}$$

(6) $3\sqrt{10} \div (-\sqrt{14}) \times \sqrt{7} = -\frac{3\sqrt{10} \times \sqrt{7}}{\sqrt{14}}$

$$= -3 \times \sqrt{\frac{10 \times 7}{14}}$$

$$= -3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} 6(1) \quad \frac{4}{\sqrt{28}} &= \frac{4}{2\sqrt{7}} \\ &= \frac{2 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \\ (2) \quad \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3} \\ (3) \quad \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}} &= \frac{(\sqrt{5}+1) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{5+\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7(1) \quad \sqrt{7000} &= 10\sqrt{70} \\ &= 10 \times 8.37 = 83.7 \\ (2) \quad \sqrt{0.07} &= \sqrt{\frac{7}{100}} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{10} \\ &= \frac{2.65}{10} = 0.265 \\ (3) \quad \sqrt{70000} &= 100\sqrt{7} \\ &= 100 \times 2.65 = 265 \\ (4) \quad \sqrt{63} &= 3\sqrt{7} \\ &= 3 \times 2.65 = 7.95 \\ (5) \quad \frac{70}{\sqrt{7}} &= \frac{70 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ &= 10\sqrt{7} \\ &= 10 \times 2.65 = 26.5 \\ (6) \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} &= \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{70}}{10} \\ &= \frac{8.37}{10} = 0.837 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8(1) \quad -\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} &= (-1+2+3)\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} \\ (2) \quad 2\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{6} + 3\sqrt{3} \\ &= (2-1)\sqrt{6} + (-1+3)\sqrt{3} \\ &= \sqrt{6} + 2\sqrt{3} \\ (3) \quad 2\sqrt{32} - \sqrt{50} &= 2 \times 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \\ (4) \quad \sqrt{24} - \sqrt{54} &= 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} \\ &= -\sqrt{6} \\ (5) \quad \sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{80} &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \\ (6) \quad 2\sqrt{27} + \sqrt{48} - 5\sqrt{3} \\ &= 2 \times 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad 3\sqrt{7} + \frac{7}{\sqrt{7}} &= 3\sqrt{7} + \sqrt{7} \\ &= 4\sqrt{7} \\ (8) \quad \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4}{\sqrt{5}} - \sqrt{45} &= \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5} \\ &= -2\sqrt{5} \\ (9) \quad 2\sqrt{8} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} &= 2 \times 2\sqrt{2} - \sqrt{6} \times 3 \\ &= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} \\ (10) \quad 6\sqrt{2} \times \frac{5}{\sqrt{3}} - \sqrt{54} &= \frac{30\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \\ &= 10\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 7\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9(1) \quad \sqrt{3}(2\sqrt{6} + \sqrt{3}) &= \sqrt{3} \times 2\sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{2} + 3 \\ (2) \quad 4\sqrt{3} - \sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2 \\ &= 2\sqrt{3} + 2 \\ (3) \quad (\sqrt{5} - 2)(3\sqrt{5} + 1) \\ &= \sqrt{5} \times 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 2 \\ &= 15 - 5\sqrt{5} - 2 \\ &= 13 - 5\sqrt{5} \\ (4) \quad (\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} + 4) \\ &= (\sqrt{7})^2 + (-5+4)\sqrt{7} - 5 \times 4 \\ &= 7 - \sqrt{7} - 20 \\ &= -13 - \sqrt{7} \\ (5) \quad (2\sqrt{3} + 1)^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) \\ &= 12 + 4\sqrt{3} + 1 - 3 + 2\sqrt{3} \\ &= 10 + 6\sqrt{3} \\ (6) \quad (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} + 5 + 2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} + 5 \\ &= 14 \\ (7) \quad (4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7}) - 2(1 - \sqrt{7})^2 \\ &= 16 - 7 - 2(1 - 2\sqrt{7} + 7) \\ &= 9 - 2(8 - 2\sqrt{7}) \\ &= 9 - 16 + 4\sqrt{7} \\ &= -7 + 4\sqrt{7} \\ (8) \quad (\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{\sqrt{6}}(4 + \sqrt{10})(4 - \sqrt{10}) \\ &= 3 - 4\sqrt{6} + 8 + \frac{1}{\sqrt{6}}(16 - 10) \\ &= 11 - 4\sqrt{6} + \frac{6}{\sqrt{6}} \\ &= 11 - 4\sqrt{6} + \sqrt{6} \\ &= 11 - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10(1) \quad x^2 - 10x + 25 &= (x-5)^2 \\ &= (5 - \sqrt{7} - 5)^2 \\ &= (-\sqrt{7})^2 = 7 \end{aligned}$$

$$(2) \textcircled{1} \quad xy = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) \\ = 9 - 5 = 4$$

$$\textcircled{2} \quad x^2y + xy^2 = xy(x+y) \\ = 4(3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5}) \\ = 4 \times 6 = 24$$

$$(3) \quad (x-2y)(x-8y) - (x+4y)^2 \\ = x^2 - 10xy + 16y^2 - (x^2 + 8xy + 16y^2) \\ = -18xy \\ = -18(\sqrt{2} + \sqrt{6})(\sqrt{2} - \sqrt{6}) \\ = -18(2 - 6) \\ = 72$$

$$11(1) \quad 5^2 < (\sqrt{a})^2 < 6^2 \text{ より,} \\ 25 < a < 36$$

$$a = 26, 27, 28, \dots, 35$$

$$(2) \quad \sqrt{\frac{56}{m}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 7}{m}} \\ m = 2 \times 7 \text{ のとき,} \\ \sqrt{\frac{56}{m}} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$(3) \quad 20 - a = 0, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2 \\ a = 20, 19, 16, 11, 4$$

$$(4) \quad \text{底面積は,} \\ 360 \div 8 = 45 \text{ (cm}^2\text{)} \\ \text{だから, 1辺の長さは,} \\ \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \\ = 3 \times 2.236 = 6.708 \text{ (cm)}$$

$$12(1) \quad 64 < 77 < 81 \text{ だから,} \\ \sqrt{64} < \sqrt{77} < \sqrt{81} \\ 8 < \sqrt{77} < 9$$

$$(2) \quad t = \sqrt{77} - 8 \\ t^2 + 16t = t(t+16) \\ = (\sqrt{77} - 8)(\sqrt{77} + 8) \\ = 77 - 64 = 13$$

3 二次方程式

【解答】

$$1(1) \textcircled{2} \text{ 解} \quad \textcircled{1} \text{ 解く} \quad (2) \pm \sqrt{k} \\ (3) \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4) a, b$$

2 ㊦

$$3(1) \quad x = \pm \sqrt{10} \quad (2) \quad x = \pm \sqrt{10} \\ (3) \quad x = \pm 4 \quad (4) \quad x = \pm \frac{\sqrt{7}}{5} \\ (5) \quad x = -1 \pm \sqrt{7} \quad (6) \quad x = 3 \pm 3\sqrt{5} \\ (7) \quad x = 7, 1 \quad (8) \quad x = -2 \pm 2\sqrt{3}$$

$$4(1) \quad x = 1 \pm \sqrt{10} \quad (2) \quad x = -2 \pm \sqrt{13} \\ (3) \quad x = -3 \pm 2\sqrt{3} \quad (4) \quad x = 5 \pm \sqrt{23}$$

$$5(1) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4} \quad (2) \quad x = -6 \pm \sqrt{26} \\ (3) \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{61}}{6} \quad (4) \quad x = 1, \frac{1}{4}$$

$$6(1) \quad x = 0, \frac{1}{2} \quad (2) \quad x = -3, 7 \\ (3) \quad x = -2, 7 \quad (4) \quad x = 3, -9 \\ (5) \quad x = -6 \quad (6) \quad x = 6, 7$$

$$7(1) \quad x = 4, 5 \quad (2) \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4} \\ (3) \quad x = -4, 9 \quad (4) \quad x = 4, -6 \\ (5) \quad x = 2, 3 \quad (6) \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ (7) \quad x = 1 \quad (8) \quad x = \pm 3 \\ (9) \quad x = 4 \pm \sqrt{10} \quad (10) \quad x = -1, 13$$

$$8(1) \quad a = -2, b = -15 \\ (2) \quad a = 5, \text{ もう1つの解 } x = 1 \\ (3) \quad a = 6$$

$$9(1) \quad -12 \text{ と } -7, \text{ または, } 7 \text{ と } 12 \\ (2) \quad 5, 6, 7$$

$$10 \quad 12 \text{ m}$$

$$11 \quad (6, 6), (9, 4)$$

$$12(1) \quad (2n^2 + 2n) \text{ 本} \quad (2) \quad n = 14$$

【解説】

1(1) 二次方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の解といい、解をすべて求めることを二次方程式を解くという。

(2) $k > 0$ のとき、 $x^2 = k$ の解は、 $x = \pm \sqrt{k}$

(3) 解の公式

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$